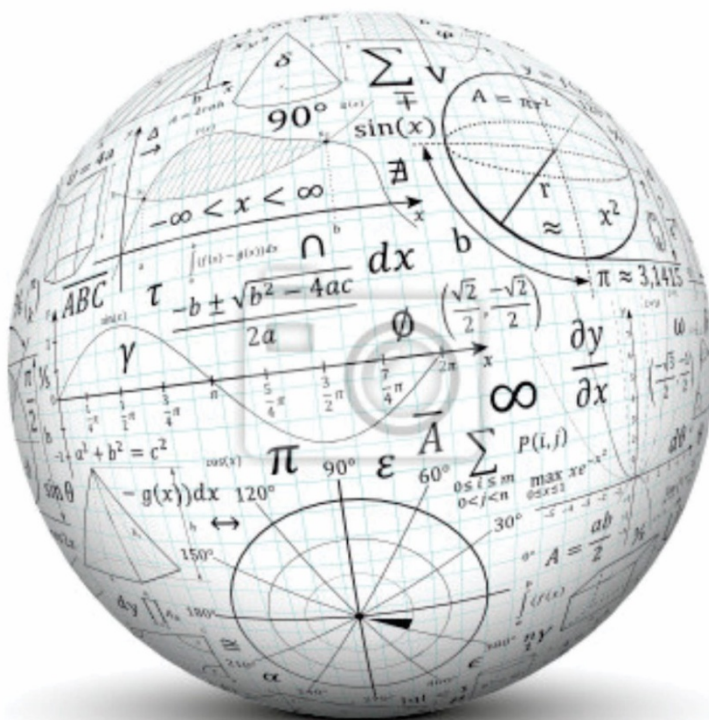




Esc. N° 4-028
"Paula Albaracín de Sarmiento"

CUADERNILLO 4° AÑO



M A T E M Á T I C A I V

Nombre:

Curso:

Profesor:



PROGRAMA DE ESTUDIO

ESPACIO CURRICULAR: MATEMÁTICA **AÑO:** 2024

CURSO: 4º

DIVISIÓN: Todas

PROFESORES: Laura Rodriguez - Deolinda Serrano - Hebe Quiroga - Cecilia Cuello

CONTENIDOS DE LA MATERIA

Aprendizaje prioritario 1

EXPRESIONES ALGEBRAICAS. POLINOMIOS: definición y clasificación. Grado de un monomio y de un polinomio. Polinomio ordenado y completo. Operaciones con polinomios: suma algebraica, multiplicación, división y cuadrado y cubo de un binomio. Regla de Ruffini. Teorema del resto. Problemas.

FACTORIZACIÓN: Factor común. Trinomio cuadrado perfecto. Diferencia de cuadrados. Ejercicios combinados de casos de factorización.

Aprendizaje Prioritario 2:

NÚMEROS REALES: Revisión de los distintos conjuntos numéricos. Propiedades. Radicales: suma, resta multiplicación y división. Racionalización de denominadores.

Aprendizaje prioritario 3:

EL CONJUNTO DE LOS NÚMEROS COMPLEJOS (C): Unidad imaginaria. Parte real y parte imaginaria. Formas de expresión: binómica y cartesiana. Representación gráfica. Operaciones: adición, sustracción, multiplicación, división, potencia.

Aprendizaje prioritario 4:

FUNCIÓN CUADRÁTICA: Definición. Dominio e imagen. Representación gráfica: eje de simetría, vértice, ceros o raíces, ordenada al origen. Ecuaciones cuadráticas. Problemas.

CRITERIOS DE EVALUACIÓN

- Se establece asignar un valor numérico a la **nota que concepto** que comprende: respeto por las normas de convivencia, cumplimiento, participación en clase, responsabilidad. La misma surgirá de la planilla del profesor y representará un **10%** de la nota final del cuatrimestre.
- Las **evaluaciones escritas y lecciones escritas y/u orales** representarán los instrumentos más significativos y tendrá mayor incidencia en la nota final (**60 %**).
- Se considerará la resolución de **trabajos prácticos realizados en el aula** (trabajos prácticos evaluativos) de manera individual o bien como lo disponga el docente del curso, una calificación importante y única en Gem. (**30%**)
- Los trabajos prácticos que se realicen en grupos o que se hagan en parte en la casa representarán también parte de la nota de concepto o se establecerán en Gem como una ponderación, significando una sola nota para todos los trabajos realizados de un mismo aprendizaje.
- Para acreditar la materia los estudiantes deberán obtener una calificación de 7 (siete) o más en cada aprendizaje planificado y desarrollado en el año, los mismos no deben ser más de cuatro (4 AP).

BIBLIOGRAFÍA DE CONSULTA:

- Cualquier libro en el que se encuentre los temas pedidos.
- Apuntes del profesor. Cuadernillo elaborado por docentes del área.

REQUISITOS DE EXAMEN

Para rendir **examen complementario**, en diciembre y/o febrero, el estudiante deberá tener el cuadernillo completo y estudiar para rendir **solo los temas** del programa que hayan sido **desarrollados** durante el cursado.

En las siguientes instancias (**pendientes de aprobación**) deberá rendir **todos los temas** del programa.



PAUTAS DE TRABAJO

ORGANIZACIÓN DEL TRABAJO

× **Uso de cuadernillo:** el cuadernillo es imprescindible para estudiar y es obligatorio presentarlo cuando sea requerido. El cuadernillo debe estar presente en todas las clases, en forma limpia, ordenada, completa y prolija.

Los ejercicios serán resueltos en clase o en la casa, según lo indique la profesora, y serán revisados todos ellos en la pizarra, razón por la cual ningún alumno debe tener el cuaderno incompleto.

× **Evaluación:** cada instancia de aprendizaje es evaluada permanentemente. Se evalúan procesos (formas de trabajo, cumplimiento, orden, disciplina, etc.), y resultados (pruebas escritas, pruebas orales, trabajos prácticos, cuadernillo, etc.).

La profesora puede tomar lecciones orales o escritas del día, sin previo aviso. Las inasistencias a las evaluaciones que sean avisadas con anterioridad deberán ser debidamente justificadas por el alumno.

ALGUNAS RECOMENDACIONES PARA TENER EN CUENTA

- × Está terminantemente **prohibido** comer, salir del aula y el uso de celular en hora de clase.
- × El celular solo podrá ser utilizado como recurso didáctico cuando la profesora lo solicite (buscar información en google, uso de calculadora, uso de algún graficador, etc).
- × Se deberán respetar los horarios de entrada y de salida de cada clase. Los alumnos deben esperar a la profesora dentro del curso, y salir después que haya salido la profesora.
- × Ser respetuoso con sus compañeros, preceptores, profesores y demás personas que trabajan en la escuela.

El incumplimiento de las normas indicadas anteriormente, motivarán la toma de medidas disciplinarias.

- × Si el alumno falta a una clase deberá informarse, con sus compañeros, de las actividades de clase y copiar las tareas, **es su responsabilidad**. Y deberá consultar sus dudas puntuales a la profesora.
- × El alumno que no trabaje en clase tendrá como nota del día un 1(unos), ya que viene a la escuela a aprender y para ello necesita trabajar en orden para detectar las dudas que puedan presentarse y así consultarlas a tiempo.
- × El alumno que no posea dinero para las fotocopias que se le soliciten, deberá copiarlas.
- × Cuando la profesora explica un tema, el alumno debe estar atento y preguntar todas las veces que sea necesario. La profesora se compromete a explicar todo lo necesario para que sea entendido el tema, siempre y cuando el alumno muestre interés y participe con preguntas claves como para que la profesora pueda determinar dónde radica la duda, no se aceptará un "no entendí nada".



EL CONJUNTO DE LOS NÚMEROS COMPLEJOS (C)

Piensa y responde:

¿Existe algún número tal que su cuadrado aumentado en 6 de por resultado 2?

Para poder tratar con este tipo de situaciones tenemos que extender el conjunto de los números reales a un conjunto mayor, el conjunto de los **números complejos (C)**.

Se define entonces un nuevo número, llamado i , cuyo cuadrado es igual a -1 .
Dicho número es la unidad imaginaria en el conjunto de los números complejos.

$$i^2 = -1$$

$$\sqrt{a} = b \Leftrightarrow b^2 = a \quad \left\{ \begin{array}{l} i^2 = -1 \Leftrightarrow \sqrt{-1} = i \\ (-i)^2 = 1 \cdot i^2 = 1 \cdot (-1) = -1 \Leftrightarrow \sqrt{-1} = -i \end{array} \right.$$

$$i = \pm\sqrt{-1}$$



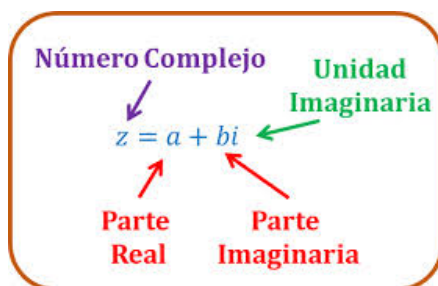
Así, podemos calcular

$$\sqrt{-9} = \sqrt{9 \cdot (-1)} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{-1} = \pm 3i$$

Por lo tanto, la respuesta a la pregunta inicial es.....

Números complejos

Son expresiones de la forma



Por ejemplo, en

$$z_1 = 5 + 3i$$

Parte real:.....

Parte imaginaria:.....

$$z_2 = -7 + 4i$$

Parte real:.....

Parte imaginaria:.....

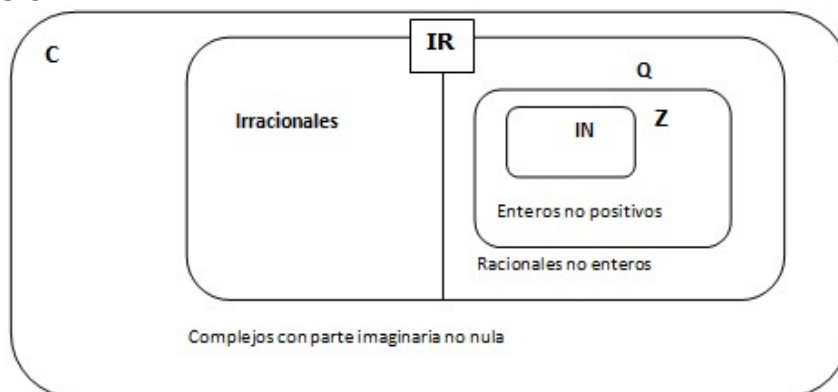
$$z_3 = 2 - i$$

Parte real:.....

Parte imaginaria:.....

✓ Si $b = 0$, el número complejo se reduce a un número real. Por ejemplo:

✓ Si $a = 0$, el número complejo se reduce a bi , y es un Número Imaginario Puro. Por ejemplo:.....

**Diagrama de inclusión****Formas de expresar un número complejo**

Expresión binómica	$z = a + bi$
Expresión cartesiana (par ordenado)	$z = (a; b)$

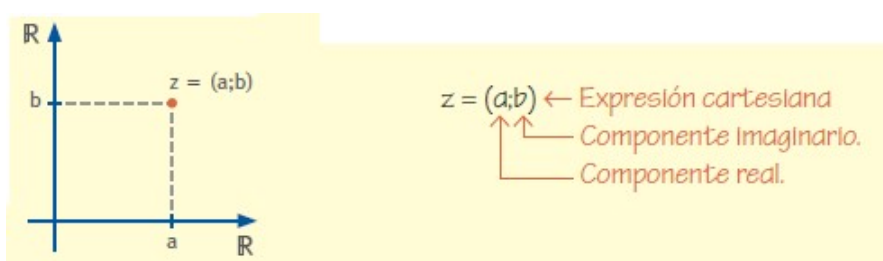
✎ Así, el número complejo cuya parte real es 3 y parte imaginaria es 2, se expresa:

✓ Forma binómica:.....

✓ Par ordenado:.....

Representación gráfica de un número complejo

A cada número complejo le corresponde un punto del plano. En el eje x se representa la componente real y en el eje y, se representa la imaginaria.



✎ Representamos en el plano $z=3+2i$.



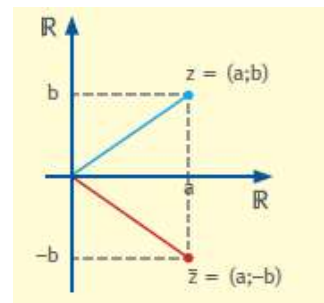
**Complejo conjugado**

El conjugado de un número complejo es otro número complejo cuya componente real es la misma y la imaginaria es de signo contrario. Se anota: $\bar{z}$.

$$z = a + bi \Rightarrow \bar{z} = a - bi$$

Por ejemplo:

- El conjugado de $z = 4 + 5i$ es $\bar{z} = \dots\dots\dots$
- El conjugado de $z = -2 - i$ es $\bar{z} = \dots\dots\dots$

**Actividades**

1) Completa el cuadro.

Forma binómica	Par ordenado	Parte real	Parte imaginaria	Conjugado
$-4 + 5i$				
$1 - 2i$				
		9	-3	
	(0; -2)			
		1	0	

2) Halla el valor de cada una de las siguientes raíces.

a) $\sqrt{-25} =$

c) $\sqrt{-121} =$

b) $\sqrt{-81} =$

d) $\sqrt{-8} =$

3) Resuelve las siguientes ecuaciones

a) $2x^2 + 8 = 0$

b) $2(x^2 - 3) + 24 = 0$



4) Representa gráficamente cada uno de los siguientes números complejos

$$z_1 = 2 + 3i$$

$$z_4 = i$$

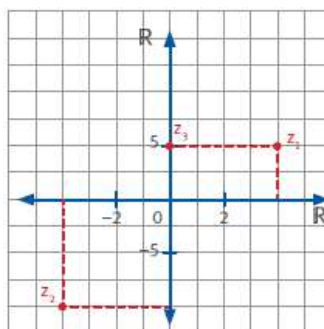
$$z_2 = -3 + 5i$$

$$z_5 = -5 - 3i$$

$$z_3 = (0; -3)$$

$$z_6 = (5; 0)$$

5) Observa el gráfico y escribe en forma binómica cada número complejo.



**Operaciones con complejos****✓ Adición y sustracción de números complejos**

Para **sumar o restar dos números complejos como pares ordenados**, se suman o restan las componentes reales e imaginarios, respectivamente.

$$(a;b) + (c;d) = (a + c; b + d)$$

$$(a;b) - (c;d) = (a - c; b - d)$$

 Por ejemplo, si $z_1 = (4;-1)$ y $z_2 = (-2;5)$, entonces

a) $z_1 + z_2 = \dots\dots\dots$

b) $z_1 - z_2 = \dots\dots\dots$

Para **sumar o restar dos números complejos en forma binómica**, se suman o restan las partes reales e imaginarias, respectivamente.

$$(a + bi) + (c + di) = (a + c) + (b + d)i$$

$$(a + bi) - (c + di) = (a - c) + (b - d)i$$

 Por ejemplo, si $z_1 = -2 + 4i$ y $z_2 = 3 - 8i$, entonces

a) $z_1 + z_2 = \dots\dots\dots$

b) $z_1 - z_2 = \dots\dots\dots$

Actividad

Efectúa las siguientes operaciones:

a) $(2 + 4i) + (3 - 8i) =$

c) $2i + (-5;1) - (4;2) =$

b) $\left(\frac{1}{3} - \frac{2}{5}i\right) - \left(\frac{2}{3}; \frac{1}{10}\right) =$

d) $(\sqrt{5} - 3\sqrt{6}i) + (-\sqrt{5} + 2\sqrt{6}i) =$

**Multiplicación de números complejos:**

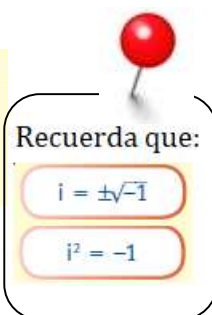
Para **multiplicar dos números complejos en forma binómica**, se aplica la propiedad distributiva de la multiplicación respecto de la suma (o resta).

$$(a + bi) \cdot (c + di) = ac + adi + cbi + bdi^2 = ac + adi + cbi - bd = ac - bd + (ad + cb)i$$

 Por ejemplo,

a) $(-6 + 8i) \cdot (6 - 8i) = \dots\dots\dots$

b) $i \cdot (-1 - 4i) = \dots\dots\dots$





El producto de dos números complejos conjugados es igual a la suma de los cuadrados de la parte real e imaginaria.

$$z \cdot \bar{z} = (a + bi) \cdot (a - bi) \Rightarrow z \cdot \bar{z} = a^2 - (bi)^2 \Rightarrow z \cdot \bar{z} = a^2 - b^2 \cdot i^2 \Rightarrow z \cdot \bar{z} = a^2 - b^2 \cdot (-1) \Rightarrow z \cdot \bar{z} = a^2 + b^2$$

$$(5 + 6i) \cdot (5 - 6i) = 5^2 + 6^2 = 25 + 36 = 61$$

Por ejemplo,

a) $(3 + 2i) \cdot (3 - 2i) = \dots\dots\dots$

b) $(-1 + 4i) \cdot (-1 - 4i) = \dots\dots\dots$

Actividades

Efectúa las siguientes multiplicaciones:

a) $(-5 + 4i) \cdot (-3i) =$

b) $(\sqrt{2} - i) \cdot (2\sqrt{2} + 5i) =$

c) $(2 + 3i) \cdot (1; 4) =$

d) $(7; 5) \cdot (7; -5) =$



División de complejos:

Para dividir dos números complejos en forma binómica, se multiplican el divisor y el dividendo por el conjugado de este último y luego se resuelven las operaciones resultantes.

$$\frac{2+i}{3-4i} = \frac{2+i}{3-4i} \cdot \frac{3+4i}{3+4i} = \frac{2 \cdot 3 + 2 \cdot 4i + 3i + 4i^2}{3^2 + 4^2} = \frac{6 + 8i + 3i - 4}{9 + 16} = \frac{2 + 11i}{25} = \frac{2}{25} + \frac{11}{25}i$$

Por ejemplo, la división entre $z_1 = 2 + 3i$ y $z_2 = -2 - i$

$$\frac{z_1}{z_2} = \dots\dots\dots$$

Actividad

Efectúa las siguientes divisiones:

a) $\frac{5 - 6i}{1 + 2i}$

c) $\frac{5}{3 - 4i}$

b) $\frac{-3 + 4i}{2 - 5i}$

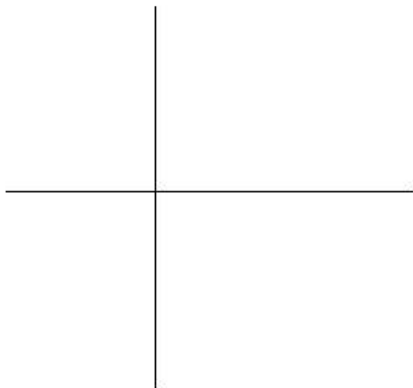
d) $\frac{\sqrt{2}i}{\sqrt{2} + \sqrt{3}i}$



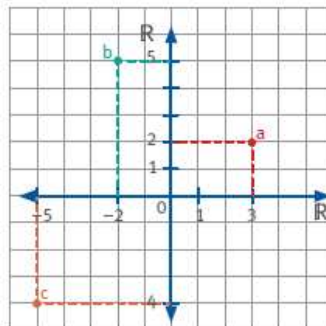
TRABAJO PRÁCTICO N° : NÚMEROS COMPLEJOS (A)

a. Representen los números complejos en un par de ejes cartesianos.

$$a = (2;1), b = (-1;3), c = (3,5; -2)$$



b. Escriban la expresión binómica de cada número complejo.



$$a = \boxed{} \quad b = \boxed{} \quad c = \boxed{}$$

¡Muestra cuánto has aprendido!



3. Escriban la expresión binómica de los siguientes números complejos.

$$a. (-3;2) = \boxed{} \quad b. (0;5) = \boxed{} \quad c. (7;0) = \boxed{} \quad d. (-1;-2) = \boxed{}$$

4. Escriban la expresión cartesiana de los siguientes números complejos.

$$a. -3 + i = \boxed{} \quad b. -i = \boxed{} \quad c. 2 - \frac{i}{2} = \boxed{} \quad d. 3 = \boxed{}$$

5. Hallen el conjugado de cada uno de los siguientes números complejos.

$$\begin{array}{ll} a. z_1 = 2 - 3i & \bar{z}_1 = \boxed{} \\ b. z_2 = -1 + 13i & \bar{z}_2 = \boxed{} \end{array} \quad \begin{array}{ll} c. z_3 = -2 - 7i & \bar{z}_3 = \boxed{} \\ d. z_4 = 2i & \bar{z}_4 = \boxed{} \end{array}$$

6) Halla el valor exacto de x en cada ecuación

$$a) 11 + x^2 = 2$$

$$b) 25 + 4x^2 = 9$$

$$d) (x+1)(x-1) = -75 : 15$$

TRABAJO PRÁCTICO N° : NÚMEROS COMPLEJOS (B)

¡Muestra cuánto
has aprendido!

**1. Resuelvan.**

a. $(2;3) + (3;-1) =$

d. $(3;1) - (0;-2) =$

b. $(-1;3) + (7;2) =$

e. $(7;-2) - (7; 3) =$

c. $(7 - 5i) + (5i + 7) =$

f. $(19i - 2) - (-2 - 19i) =$

2. Resuelvan cada una de las siguientes operaciones combinadas.

a. $3i + 2 + 3i - 5i =$

b. $(3 + 2i) - (5 - 3i) + (-i) =$

3. Resuelvan las siguientes multiplicaciones.

a. $(-2 + 3i) \cdot (-2 - 3i) =$ 13

d. $(\sqrt{2};-1) \cdot (1;\sqrt{2}) =$ $(2 \cdot \sqrt{2};1)$

b. $(4 - 5i) \cdot (-2 - i) =$ $13 + 6i$

e. $(\sqrt{3};\sqrt{2}) \cdot (\sqrt{3};\sqrt{2}) =$ $(1;2 \cdot \sqrt{6})$

c. $(\sqrt{7} + \sqrt{5}i) \cdot (\sqrt{7} - \sqrt{5}i) =$ 12

4. Completen la tabla.

z	$\bar{z}$	$z \cdot \bar{z}$
$2 + 6i$	$2 - 6i$	
$-1 - i$	$-1 + i$	
$5i$	$-5i$	
$-3 + 4i$	$-3 - 4i$	
$1 - 2i$	$1 + 2i$	

5. Resuelvan las siguientes divisiones.

a. $\frac{1-3i}{2+2i} =$ $-\frac{1}{2} - i$

b. $\frac{-2+3i}{-3-i} =$ $\frac{3}{10} - \frac{11}{10}i$

c. $\frac{3-i}{2i} =$ $-\frac{1}{2} - \frac{3}{2}i$

d. $\frac{3-2i}{\frac{1}{2}+i} =$ $\frac{14}{5} - \frac{16}{5}i$

FUNCIÓN CUADRÁTICA

I) Lee atentamente la siguiente situación.

Desde un barco que se halla en una situación de emergencia se efectúa un disparo, en forma vertical, con una pistola de señales. El destello podrá verse desde la base naval más cercana únicamente mientras se encuentre a una altura no menor de 195 m sobre el nivel del mar.

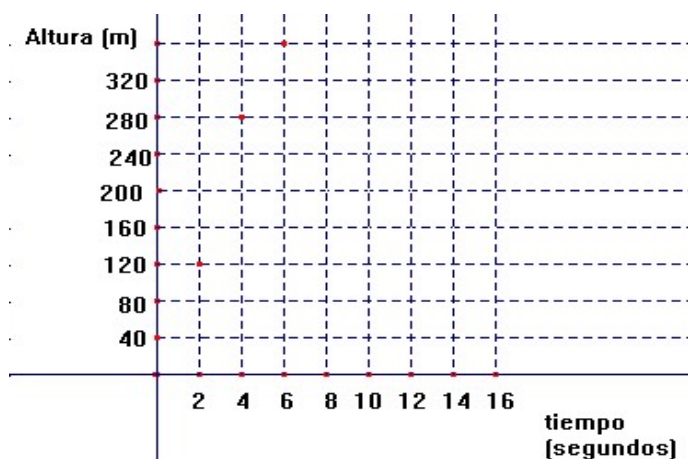
Los técnicos que integran la tripulación estiman que la altura del destello está dada por la siguiente fórmula: $h(t) = -5t^2 + 80t$

donde h es la altura sobre el nivel mar, en metros, cuando hayan transcurrido t segundos desde el momento del disparo.



II) Completa la tabla y realiza un gráfico cartesiano:

Tiempo (segundos)	Altura (metros)
0	
2	
3	
4	
6	
8	
10	
12	
14	
16	



III) Observa el gráfico y completa las siguientes oraciones:

El destello estará en el aire por segundos

Alcanzará una altura máxima de m, a los segundos.

A la función polinómica de segundo grado $f(x) = ax^2 + bx + c$, siendo a, b, c números reales y $a \neq 0$, se la denomina **función cuadrática**.

Los términos de la función reciben los siguientes nombres: $y = ax^2 + bx + c$.

$\downarrow$ $\downarrow$ $\downarrow$
 Término Término Término
 cuadrático lineal independiente

La representación gráfica de una función cuadrática es una **parábola**.

✎ En el $h(t) = -5t^2 + 80t$ es una función cuadrática, donde $a = \dots\dots\dots$, $b = \dots\dots\dots$ y $c = \dots\dots\dots$

Elementos de la parábola

➤ Eje de simetría

Sus dos ramas son simétricas respecto de una recta paralela al eje y .

✎ En la gráfica, el eje de simetría es la recta $x = \dots\dots\dots$

➤ Vértice

Es el punto donde la parábola pasa de ser creciente a decreciente. Además es el único punto de intersección de la parábola con su eje de simetría. Tiene coordenadas

$$v = (x_v; y_v)$$

✎ En el gráfico, el vértice es el punto $v = (\dots\dots\dots; \dots\dots\dots)$.

➤ Raíces o ceros

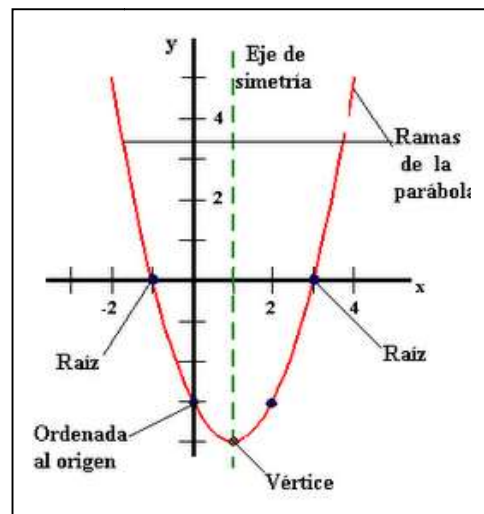
Como en todas las funciones las raíces son los valores de la variable independiente que anulan, o hacen cero, la función. Gráficamente son los puntos de intersección de la gráfica con el eje (x) de abscisas.

✎ En la gráfica, los valores correspondientes a las raíces son: $\dots\dots\dots$

➤ Ordenada al origen

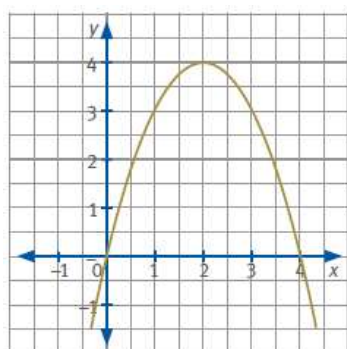
La ordenada al origen es el valor que toma la función cuando la variable independiente es cero. Gráficamente es el punto de intersección de la gráfica con el eje de ordenadas.

✎ En la gráfica, la ordenada al origen es $\dots\dots\dots$



Actividades

1) Observa la gráfica y completa



Raíces: _____

Vértice: _____

Eje de simetría: _____

Ordenada al origen: _____

Intervalo de crecimiento: _____

Intervalo de decrecimiento: _____



2) Dada la siguiente función cuadrática: $f(x) = 9 - x^2$

- a) Indica los coeficientes a , b y c .
- c) Realiza una tabla de valores y grafica.
- d) Señala en el gráfico sus elementos.



Gráfica aproximada de la función cuadrática

 Realizaremos la gráfica aproximada de la siguiente función cuadrática: $f(x) = 2x^2 - 8x + 6$

$a = \dots\dots\dots$ $b = \dots\dots\dots$ $c = \dots\dots\dots$

1°) calculamos analíticamente los valores de algunos elementos de la parábola.

➤ **Ordenada al origen:** es el punto de coordenadas $(0;c)$, es decir que está dado por el término independiente de la fórmula polinómica de la función.

 ordenada al origen $\dots\dots\dots$

➤ **Raíces:** Son los puntos de intersección de la gráfica y el eje x , vale decir que $f(x) = 0$. Para obtenerlas analíticamente, igualamos la función a cero, $ax^2 + bx + c = 0$, y luego aplicamos la fórmula resolvente.

$$x_1; x_2 = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4.a.c}}{2.a}$$



 raíces: $\dots\dots\dots$

➤ **Coordenadas del vértice:** podemos calcular sus coordenadas, $v = (x_v; y_v)$, de la siguiente forma:



$$x_v = \frac{-b}{2.a} \text{ ó } x_v = \frac{x_1 - x_2}{2}$$

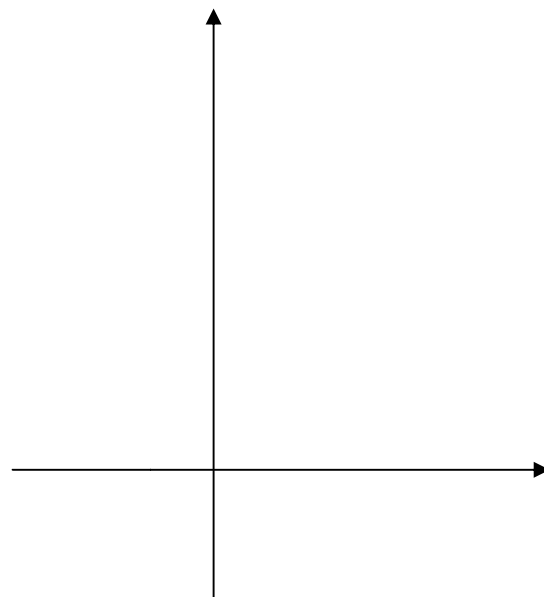
$$y_v = f(x_v)$$

➤ **Eje de simetría:** coincide con la coordenada x_v del vértice.

 eje de simetría: $\dots\dots\dots$

2°) Ubicamos los elementos en el plano cartesiano.

3°) Trazamos la parábola.



Actividades

- 1) Realiza el gráfico aproximado de cada una de las siguientes funciones y escribe los datos indicados en cada caso.

a) $f(x) = -2x^2 + 4x + 6$

b) $f(x) = x^2 - 4$

Raíces: _____

Raíces: _____

Vértice: _____

Vértice: _____

Eje de simetría: _____

Eje de simetría: _____

Ordenada al origen: _____

Ordenada al origen: _____

Punto simétrico: _____

Punto simétrico: _____

Intervalo de crecimiento: _____

Intervalo de crecimiento: _____

Intervalo de decrecimiento: _____

Intervalo de decrecimiento: _____

c) $f(x) = 2x^2 + 8x + 8$

d) $f(x) = x^2 - 4x + 5$

Raíces: _____

Raíces: _____

Vértice: _____

Vértice: _____

Eje de simetría: _____

Eje de simetría: _____

Ordenada al origen: _____

Ordenada al origen: _____

Punto simétrico: _____

Punto simétrico: _____

Intervalo de crecimiento: _____

Intervalo de crecimiento: _____

Intervalo de decrecimiento: _____

Intervalo de decrecimiento: _____

2) Resuelve el problema

Martín juega al básquet. En un entrenamiento, lanza la pelota de modo tal que sigue la trayectoria descrita por la función $f(x) = -x^2 + 5x + 6$, donde x representa el tiempo en segundos y $f(x)$ la altura a la que se encuentra la pelota en m .

- Realicen el gráfico correspondiente.
- ¿Cuál es la altura máxima que alcanza la pelota?
- ¿Cuánto tiempo tarda la pelota en tocar nuevamente el piso?
- ¿Desde qué altura lanza Martín la pelota?

a. Solución a cargo del alumno. b. 12,25 m c. 6 seg d. Desde los 6 m.

TRABAJO PRÁCTICO N°: FUNCIÓN CUADRÁTICA

- 1) Completa las siguientes oraciones correspondientes a la gráfica de

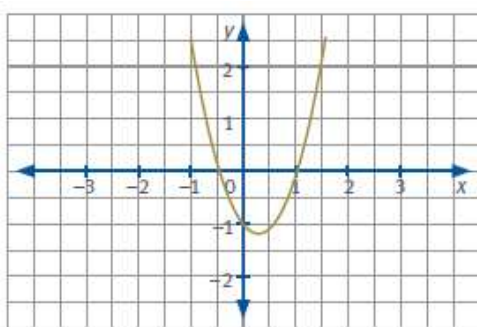
$$f(x) = -x^2 + 4x - 3$$

- a) Los coeficientes de los términos de la función son: $a=.....$, $b=.....$, $c=.....$.
- b) El vértice de la parábola es el punto.....
- c) El eje de simetría de la parábola es la recta.....
- d) La ordenada al origen de la función es el punto:.....
- e) Las raíces de la función son $x_1=.....$ y $x_2=.....$
- f) Grafiquen y señalen en el gráfico estos elementos.

¡Muestra cuánto has aprendido!



- 2) Señala cuál es la función cuadrática que corresponde al gráfico. Justifica.



☐ $y = 2x^2 + x - 1$

☐ $y = 2x^2 - x - 1$

☐ $y = -2x^2 - x - 1$

3) Un grupo de biólogos estudia las características de un lago artificial donde se introdujeron peces para analizar su evolución. En un principio la colonia crece reproduciéndose normalmente, pero al cabo de unos meses algunos peces mueren por el hacinamiento y la falta de alimentos.

Si se llama x a los días transcurridos y n a la cantidad de peces, el conjunto de peces evoluciona según la ley:

$$n(x) = 240 + 10x - 0,1x^2$$

- a) Realiza un gráfico aproximado de la función.
- b) ¿Cuántos peces se introdujeron?
- c) ¿Cuál fue la máxima cantidad de peces que llegó a haber en el lago? ¿cuándo ocurrió?
- d) ¿Se extinguirá la población en algún momento? ¿Cuándo?

Ecuaciones de segundo grado

La forma general de las ecuaciones de segundo grado es:

$$ax^2 + bx + c = 0 \wedge a \in \mathbb{R} \wedge b \in \mathbb{R} \wedge c \in \mathbb{R} \wedge a \neq 0$$

Ecuaciones incompletas

- Si $b = 0$, la ecuación de segundo grado es incompleta de la forma $ax^2 + c = 0$.

Para resolver este tipo de ecuaciones, se despeja el valor de la x teniendo en cuenta que $\sqrt{x^2} = |x|$.

I) $x^2 - 16 = 0$



II) $-3x^2 + 27 = 0$



III) $\frac{1}{5}x^2 - 5 = 0$



- Si $c = 0$, la ecuación de segundo grado es incompleta de la forma $ax^2 + bx = 0$.

Para resolver este tipo de ecuaciones, se debe tener en cuenta que $m \cdot n = 0 \Rightarrow m = 0 \vee n = 0$.

I) $x^2 - 2x = 0$

$$x \cdot (x - 2) = 0$$

$$\begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 - 2 = 0 \Rightarrow x_2 = 2 \end{cases}$$

II) $-5x^2 + x = 0$



Ecuaciones completas

Si la ecuación es completa, o sea que ninguno de sus coeficiente es igual a cero, los valores de x que la satisfacen se encuentran aplicando

1°) igualo la ecuación a 0 $\Rightarrow ax^2 + bx + c = 0$

2°) aplico la fórmula resolvente para hallar el valor de x

$$\Rightarrow x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

I) $2x^2 + x - 3 = 0 \Rightarrow a = 2 \wedge b = 1 \wedge c = -3$

$$x_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-3)}}{2 \cdot 2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 24}}{4} = \frac{-1 \pm 5}{4} \Rightarrow$$

$$x_1 = \frac{-1 + 5}{4} = 1$$

$$x_2 = \frac{-1 - 5}{4} = -\frac{3}{2}$$

II) $x^2 - 2x - 3 = 0$

Actividades

1) Resuelve las siguientes ecuaciones cuadráticas.

a. $x^2 + x - 6 = 0$
 $2 \text{ y } -3$

f. $\sqrt{x+2} = x - 3$
 $\frac{7 + \sqrt{21}}{2}$

b. $x^2 - 2x - 3 = 0$
 $3 \text{ y } -1$

g. $\sqrt{x^2 + 3x + 7} = 5$
 $3 \text{ y } -6$

c. $x + x^2 + 1 = 0$
 No son reales.

h. $-3 \cdot (x + 1)^2 + 12 = 0$
 $-3 \text{ y } 1$

d. $2x^2 - 8x + 9 = 0$
 No son reales.

i. $2x \cdot (x - 1) - 3 = x - 3x - 2$
 $\frac{\sqrt{2}}{2} \text{ y } -\frac{\sqrt{2}}{2}$

e. $(x + 2)^2 = x + 2$
 $-1 \text{ y } -2$

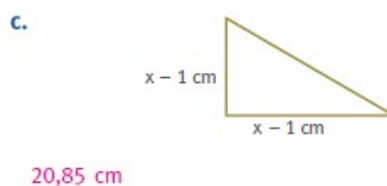
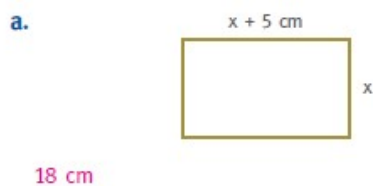
j. $(x + 3) \cdot (6x - 3) + 5 \cdot (9 - 7x) = 22$
 No son reales.

2) Plantea las ecuaciones correspondientes, resuelve y responde.

a) Halle dos números naturales consecutivos tales que su producto sea igual a 552.

b) Los alumnos de 4° están diseñando la tapa de una revista. Saben que la revista tendrá forma rectangular y que la superficie de cada hoja es de 600 cm^2 . Si la altura de cada hoja es 10 cm mayor que la base, ¿cuáles deberán ser las dimensiones de la tapa?

3) Calcula el perímetro de las siguientes figuras sabiendo que el área de cada una es de 14 cm^2 .



TRABAJO PRÁCTICO N° : ECUACIÓN CUADRÁTICA

1) Resuelve las siguientes ecuaciones

a) $x^2 = 2x - 5$

d) $-2x^2 - 24 = 0$

b) $x(5 - 2x) = 3\left(-\frac{2}{3} + 2x\right) + 2$

e) $5(x + 1)^2 = x^2 + 2x + 10$

c) $4x - 1 = \frac{x^2 + 3x}{2}$

f) $x^2 + 2 = -2x$

¡Muestra cuánto
has aprendido!

2) Plantea y resuelve cada uno de los problemas que siguen

a) ¿Cuál es el número natural cuyo cuadrado menos su duplo es igual a 15?

b) Halla un número distinto de cero, tal que si se le resta su cuadrado, el resultado es exactamente su cuadrado.

c) Un rectángulo tiene un área de 20 cm² y un perímetro de 18cm. Encuentra sus dimensiones.

3) Señala la respuesta correcta

a) El área de un triángulo es de 60 m². ¿Cuál es la altura, sabiendo que tiene 2m más que la base?

A) 10 cm

C) 12 cm

B) 14 cm

D) Ninguna de las anteriores

b) ¿Cuál es la edad de Lorena si sabemos que el cuadrado de su edad menos las tres cuartas partes del cuadrado de la edad que va a tener el año que viene es igual a la edad que tenía el año pasado más 43 años?

A) 19 años

C) 9 años

B) 29 años

D) Ninguna de las anteriores

c) El conjunto solución de la ecuación $\frac{x - \sqrt{10}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{12}}{x + \sqrt{10}}$ es:

A) {+4; -4}

C) {-4i; +4i}

B) {0; 4}

D) Ninguna de las anteriores