



Profesor:



PROGRAMA ANUAL 2024

ESPACIO CURRICULAR: MATEMÁTICA

CURSO:3º

DIVISIÓN: Todas

PROFESORES: Laura Rodriguez - Deolinda Serrano - Hebe Quiroga

Guillermo Maza - Laura Rodriguez - Laura Rodriguez

CONTENIDOS DE LA MATERIA

Aprendizaje Prioritario 1:

- **FUNCIÓN AFIN:** Repaso. Ecuación de recta dados dos puntos. Ecuación de la recta dados la pendiente y un punto.

Aprendizaje Prioritario 2:

- **SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES CON DOS INCÓGNITAS:** Resolución en forma gráfica. Resolución mediante los métodos analíticos: sustitución e igualación. Problemas.

Aprendizaje Prioritario 3:

- **EXPRESIONES ALGEBRAICA. POLINOMIOS:** definición y clasificación. Grado de un monomio y de un polinomio. Polinomio ordenado y completo. Operaciones con polinomios: suma algebraica, multiplicación, división y cuadrado y cubo de un binomio. Regla de Ruffini. Teorema del resto. Problemas.

FACTORIZACIÓN: Factor común. Trinomio cuadrado perfecto. Diferencia de cuadrados. Ejercicios combinados de casos de factoreo.

Aprendizaje Prioritario 4:

- **NÚMEROS REALES:** Revisión de los distintos conjuntos numéricos. Propiedades. Radicales: suma, resta multiplicación y división. Racionalización de denominadores.

CRITERIOS DE EVALUACIÓN

- Se establece asignar un valor numérico a la **nota que concepto** que comprende: respeto por las normas de convivencia, cumplimiento, participación en clase, responsabilidad. La misma surgirá de la planilla del profesor y representará un **10%** de la nota final del cuatrimestre.
- Las **evaluaciones escritas y lecciones escritas y/u orales** representarán los instrumentos más significativos y tendrá mayor incidencia en la nota final (**60 %**).
- Se considerará la resolución de **trabajos prácticos realizados en el aula** (trabajos prácticos evaluativos) de manera individual o bien como lo disponga el docente del curso, una calificación importante y única en Gem. (**30%**)
- Los trabajos prácticos que se realicen en grupos o que se hagan en parte en la casa representarán también parte de la nota de concepto o se establecerán en Gem como una ponderación, significando una sola nota para todos los trabajos realizados de un mismo aprendizaje.
- Para acreditar la materia los estudiantes deberán obtener una calificación de 7 (siete) o más en cada aprendizaje planificado y desarrollado en el año, los mismos no deben ser más de cuatro (4 AP).

BIBLIOGRAFÍA DE CONSULTA:

- Cualquier libro en el que se encuentre los temas pedidos.
- Apuntes del profesor. Cuadernillo elaborado por docentes del área.

REQUISITOS DE EXAMEN

Para rendir **examen complementario**, en diciembre y/o febrero, el estudiante deberá tener el cuadernillo completo y estudiar para rendir **solo los temas** del programa que hayan sido **desarrollados** durante el cursado.

En las siguientes instancias (**pendientes de aprobación**) deberá rendir **todos los temas** del programa.



PAUTAS DE TRABAJO

ORGANIZACIÓN DEL TRABAJO

× **Uso de cuadernillo:** el cuadernillo es imprescindible para estudiar y es obligatorio presentarlo cuando sea requerido. El cuadernillo debe estar presente en todas las clases, en forma limpia, ordenada, completa y prolija.

Los ejercicios serán resueltos en clase o en la casa, según lo indique la profesora, y serán revisados todos ellos en la pizarra, razón por la cual ningún alumno debe tener el cuaderno incompleto.

× **Evaluación:** cada instancia de aprendizaje es evaluada permanentemente. Se evalúan procesos (formas de trabajo, cumplimiento, orden, disciplina, etc.), y resultados (pruebas escritas, pruebas orales, trabajos prácticos, cuadernillo, etc.).

La profesora puede tomar lecciones orales o escritas del día, sin previo aviso. Las inasistencias a las evaluaciones que sean avisadas con anterioridad deberán ser debidamente justificadas por el alumno.

ALGUNAS RECOMENDACIONES PARA TENER EN CUENTA

× Está terminantemente **prohibido** comer, salir del aula y el uso de celular en hora de clase.

× El celular solo podrá ser utilizado como recurso didáctico cuando la profesora lo solicite (buscar información en google, uso de calculadora, uso de algún graficador, etc).

× Se deberán respetar los horarios de entrada y de salida de cada clase. Los alumnos deben esperar a la profesora dentro del curso, y salir después que haya salido la profesora.

× Ser respetuoso con sus compañeros, preceptores, profesores y demás personas que trabajan en la escuela.

El incumplimiento de las normas indicadas anteriormente, motivarán la toma de medidas disciplinarias.

× Si el alumno falta a una clase deberá informarse, con sus compañeros, de las actividades de clase y copiar las tareas, **es su responsabilidad**. Y deberá consultar sus dudas puntuales a la profesora.

× El alumno que no trabaje en clase tendrá como nota del día un 1(unos), ya que viene a la escuela a aprender y para ello necesita trabajar en orden para detectar las dudas que puedan presentarse y así consultarlas a tiempo.

× El alumno que no posea dinero para las fotocopias que se le soliciten, deberá copiarlas.

× Cuando la profesora explica un tema, el alumno debe estar atento y preguntar todas las veces que sea necesario. La profesora se compromete a explicar todo lo necesario para que sea entendido el tema, siempre y cuando el alumno muestre interés y participe con preguntas claves como para que la profesora pueda determinar dónde radica la duda, no se aceptará un "no entendí nada".



FUNCIÓN AFÍN



Para repasar el concepto de función afín, realiza las siguientes actividades.

1) Francisco se compró un celular y le ofrecen elegir entre dos planes de una compañía. En ambos planes se ofrece internet ilimitado.



a) ¿Cuál de los dos planes le recomendarías a Francisco? ¿Por qué?

Finalmente, Francisco opta por el plan C, en el cual le cobran un monto fijo de \$600 más \$10 por cada minuto que lo usa, y como en los otros planes, tiene internet ilimitado.

b) Completa la tabla con los montos a pagar según el tiempo de uso.

Tiempo hablado (minutos)	50	60	90	120	200	300
Monto a pagar (\$)						

c) ¿Cuál será la fórmula que permita calcular el monto a pagar de acuerdo al tiempo de uso del celular?

$$y = 600 \cdot x + 10$$

$$y = 10 \cdot x + 600$$

$$y = 600 - 10 \cdot x$$

2) En la clase de Física, Sofía realizó la siguiente experiencia.

Tomó la temperatura del agua de un recipiente. Luego la puso a calentar, siguió midiendo la temperatura y, con los datos obtenidos realizó una tabla, un gráfico y armó una fórmula. Pero, sin querer, derramó un poco de agua sobre la tarea y se le borraron algunas cosas.

a) Completa la tabla con los datos que faltan.

x: tiempo (min)	0	1	3	4	6	
y: temperatura (°C)		28	44			84



b) ¿Cuánto tardó en hervir el agua? Recuerda que el agua hierve a los 100°C.

c) ¿Cuál es la función que vincula la temperatura del agua con el tiempo transcurridos en la experiencia?

$$y = 20 \cdot x$$

$$y = 20 - 8x$$

$$y = 8 \cdot x + 20$$

$$y = 20 + 8 \cdot x$$

d) Realiza el gráfico que se le borró a Sofía.

Recuerda que...

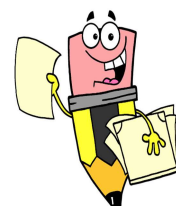
Llamamos **función afín** a toda función cuya expresión sea de la forma:

$$f(x) = a \cdot x + b$$

donde a y b son constantes

Su representación gráfica es una **recta**.

Nota: también se puede escribir $f(x) = y$



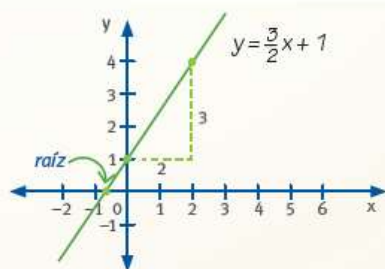
Ecuación de la recta



pendiente: representa cuánto varía y por cada unidad que aumenta x .

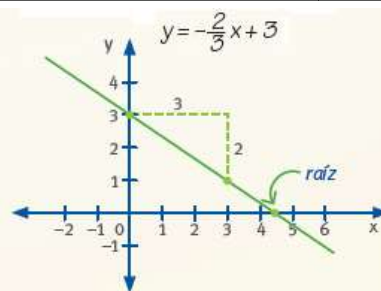
$$y = a \cdot x + b$$

ordenada al origen: es el punto de intersección de la recta con el eje y .



Cuando la variable x varía aumentando en 2 unidades, la variable y aumenta 3 unidades. Esta variación está representada por la **pendiente** de la recta que es igual a $\frac{3}{2}$.

La recta interseca al eje y en el punto $(0;1)$. La ordenada de este punto es la **ordenada al origen** de la recta.



Cuando la variable x aumenta en 3 unidades, la variable y disminuye 2 unidades. Esta variación se expresa a través de una **pendiente negativa** igual a $-\frac{2}{3}$.

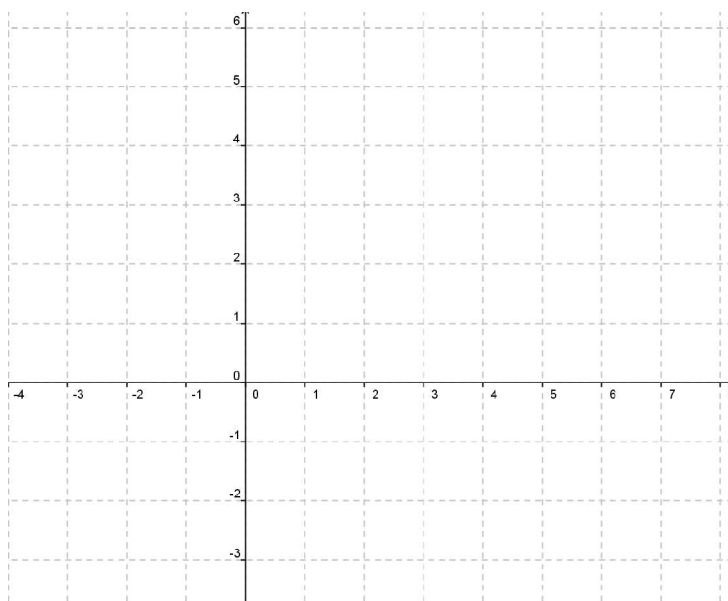


Dadas las funciones: $y = -3x + 2$

$$y = \frac{1}{5}x$$

$$y = 1 + \frac{2}{3}x$$

- Indica pendiente y ordenada al origen de cada función.
- Desafío:** representa las rectas usando pendiente y ordenada.



Actividades:

- Completa** la tabla referida a funciones afines y **grafica** cada una.





Función	Pendiente	Ordenada	Creciente, decreciente o constante	Cero o raíz
$y = -4x + 5$				
	7	-1		
$y = 5 + 3x$				
	0	-5		
$y = -8x$				

2) Dada la función $y = \frac{2}{3}x - 3$, escribe y representa una función cuya recta asociada sea paralela y otra perpendicular a la misma.

ECUACIÓN DE LA RECTA

✓ DADA LA PENDIENTE Y UN PUNTO

• Para escribir la ecuación de la recta conociendo la **pendiente** y un **punto** que pertenece a la misma, se deben reemplazar los datos conocidos en la ecuación general de la recta para obtener la ordenada.

Datos: pendiente 2 y pasa por el punto $P = (1; 6)$.

$$y = a \cdot x + b$$



$$6 = 2 \cdot 1 + b$$

$$6 - 2 = b$$

$$b = 4$$

1. Se reemplaza $y = 6$, $x = 1$ (son las coordenadas del punto P) y la pendiente por 2.

2. Se despeja b (ordenada al origen).

Entonces, $a = 2$ y $b = 4$, la ecuación de la recta es $y = 2x + 4$.



Verifica usando Geogebra.



Actividades

- 1) Encuentra la ecuación de la recta que tiene pendiente -1 y pasa por el punto $(-1; 3)$. Grafica.
- 2) Dada la recta A: $y = \frac{1}{2}x - 4$; encuentra la ecuación de la recta "B", paralela a la dada, que pase por el punto $(-2; 1)$. Representa ambas rectas en un mismo plano.



✓ **DADOS DOS PUNTOS DE LA MISMA**

• Para escribir la ecuación de la recta conociendo dos **puntos** que pertenecen a la misma, hay que encontrar el valor de la pendiente y de la ordenada.

Datos: pasa por los puntos $P=(1;1)$ y $Q=(5;-3)$.

$$a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

→ Ecuación de la pendiente, conociendo dos puntos.

$$a = \frac{-3 - 1}{5 - 1}$$

$$a = -1$$

1. Se reemplazan las coordenadas de los puntos P y Q .

2. Se resuelve para encontrar el valor de a (pendiente).

$$y = a \cdot x + b$$

$$\begin{array}{ccc} \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ -3 & = & (-1) \cdot 5 + b \end{array}$$

$$b = 2$$

3. Se reemplaza el valor de a y las coordenadas de los puntos en la ecuación de la recta.

Entonces, $a = -1$ y $b = 2$, la ecuación de la recta es $y = -x + 2$.



Usa Geogebra para representar la recta hallada y comprobar las condiciones dadas.

**Actividades**

- 1) Encuentra la ecuación de la recta que pasa por los puntos $(-2; 2)$ y $(-1; -4)$. Grafica.
- 2) Responde y explica las respuestas.
 - a) $y = 3x - 2$, ¿pasa por el punto $(-4; -14)$?
 - b) Los puntos $(-2; 5)$, $(0; 2)$ y $(1; 4)$, ¿pertenecen a la misma recta?
 - c) ¿Se puede determinar la ecuación de una recta si se sabe que tiene pendiente 2 y pasa por el origen de coordenadas?
 - d) ¿Qué datos se necesitan para determinar la ecuación de una recta?

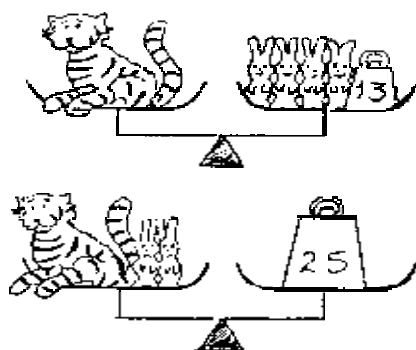




SISTEMA DE ECUACIONES LINEALES

Para comprender este tema, te propongo resolver estas actividades.

 Resolvamos las siguientes actividades:



A) Estas balanzas están en equilibrio. En cada una de ellas hay tigres y conejos. También hay pesas, cuyos números expresan kilogramos. ¿Podrías averiguar cuánto pesan cada tigre y cada conejo, manipulando con las balanzas, sin utilizar otras pesas que las que se dan? Los tigres pesan todos lo mismo y los conejos también...

B) Para describir la ubicación de un objeto en una imagen de radar, Juan Ignacio propuso las siguientes ecuaciones:

$$\begin{cases} y = -2x + 5 \\ y - x = 2 \end{cases}$$

- ¿Es posible que el objeto se encuentre en el punto $A=(3; 5)$? ¿Y en el $(0; 5)$?
- Para encontrar la posición del objeto, Martina le dijo a Juan Ignacio que le convenía graficar las rectas correspondientes a cada ecuación del sistema y buscar el punto que estuviera en las dos rectas. ¿Estás de acuerdo con Martina? ¿Por qué?
- Encuentra la ubicación del objeto en el plano cartesiano. Puedes hacerlo en la hoja o usando Geogebra.

Definición:

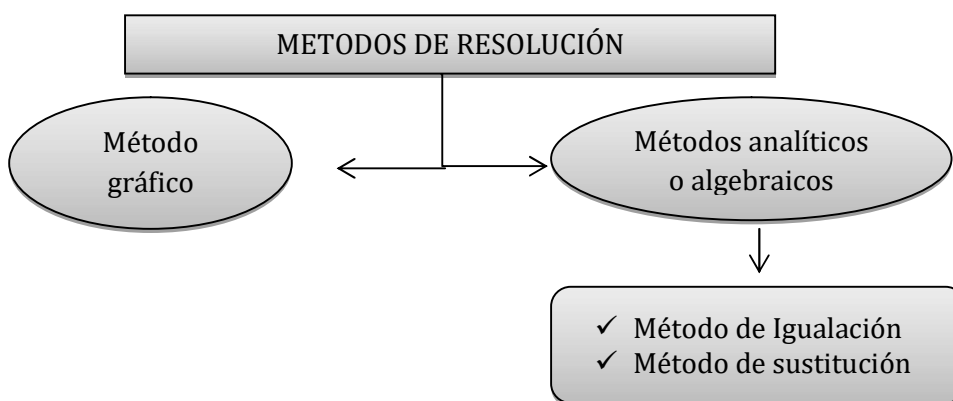
Dos ecuaciones de primer grado, con dos incógnitas cada una, determinan un **sistema de ecuaciones**. La solución del sistema está formada por los valores de x e y que verifican las dos ecuaciones simultáneamente.



- 📖 El conjunto solución de un sistema de ecuaciones lineales es el conjunto de pares ordenados $(x; y)$ que son, simultáneamente, solución de las dos ecuaciones. Resolver un sistema es encontrar el conjunto solución.
- 📖 En las actividades anteriores, el conjunto solución en A es $S = \{(\dots, \dots)\}$ y en la B, $S = \{(\dots, \dots)\}$.

MÉTODOS DE RESOLUCIÓN DE SISTEMAS DE ECUACIONES:

Existen distintos métodos que nos permiten resolver un sistema, solo estudiaremos los que siguen a continuación:



MÉTODO GRÁFICO:

✎ Para comprender este método de resolución, resolvemos el siguiente problema.

Matías tiene 10 monedas. Algunas son de \$5 y otras son de \$10. En total tiene \$85. ¿Cuántas monedas tiene de cada tipo?

- Planteamos el sistema de ecuaciones según las condiciones del problema.

Si llamamos “x” a la cantidad de monedas de \$5 e “y” a la cantidad de monedas de \$10, decide cuál es el sistema de ecuaciones que expresa las condiciones que deben cumplir las cantidades de monedas de acuerdo con la información del enunciado.

$$\begin{cases} x + y = 85 \\ 5x + 10y = 10 \end{cases}$$

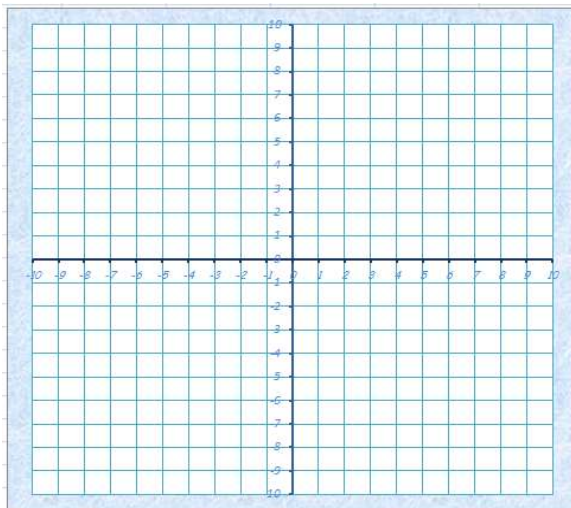
$$\begin{cases} x + y = 10 \\ 5x + 10y = 85 \end{cases}$$

- Ahora, a resolver, para ello sigue estos pasos.



1° Se despeja la incógnita "y" de las dos ecuaciones, obteniéndose las ecuaciones de dos rectas.

2° Se grafican ambas rectas en un mismo sistema de ejes cartesianos.



3° La solución es la intersección de ambas rectas:

El sistema tiene una solución, $S=\{(.....,.....)\}$



Actividades



1) Plantea y resuelve. Elabora la respuesta.

La suma entre dos números es -8, y la diferencia entre el doble del primero y el triple del segundo es 9. ¿Cuáles son esos números?

2) ¿Será posible hallar la solución de cada uno de los siguientes sistemas de ecuaciones?

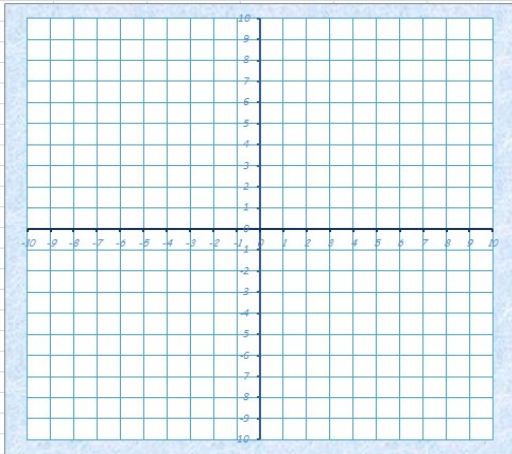
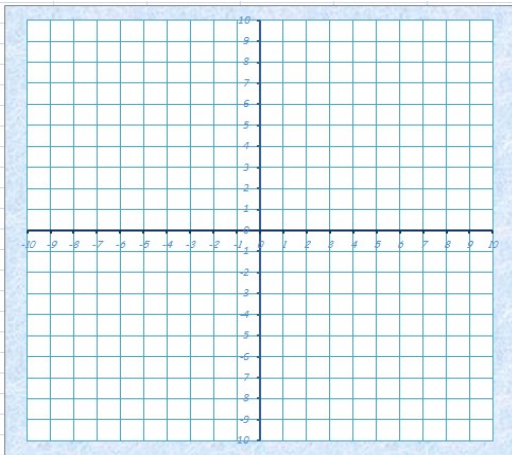
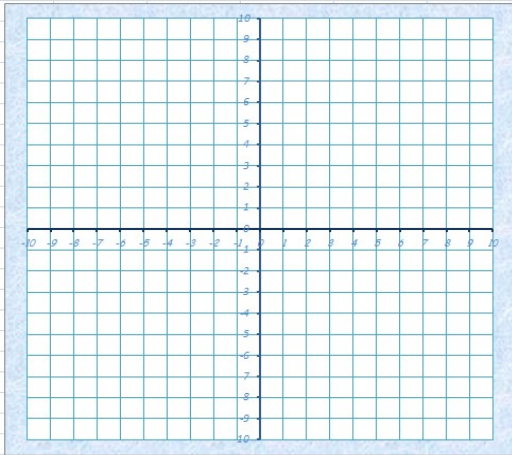
$$a) \begin{cases} 2x + 6 = 2y \\ y = 3x + 1 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} 2x - 4y = 6 \\ 3x - 6y = 3 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} -\frac{3}{2}x - y = -5 \\ 2y = -3x + 10 \end{cases}$$

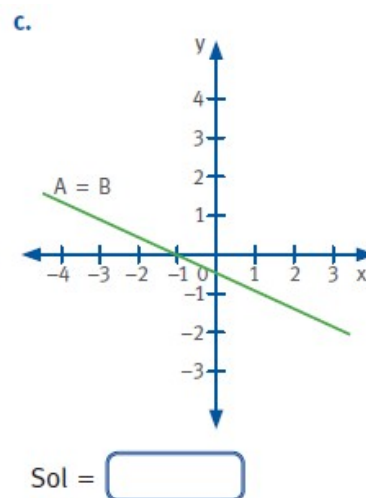
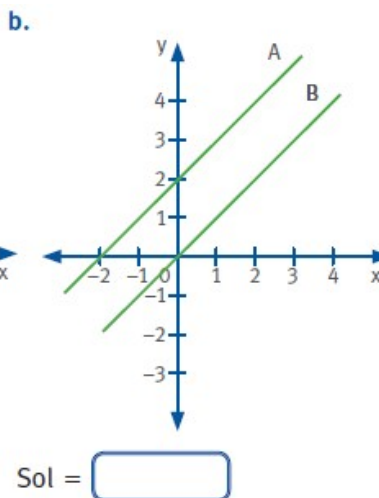
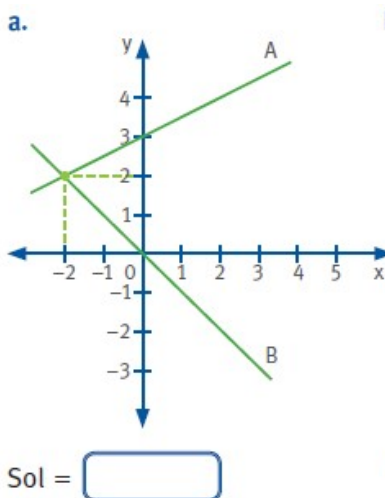
**CLASIFICACIÓN DE LOS SISTEMAS:**

A partir del método gráfico, se puede observar si un sistema de ecuaciones puede tener **ninguna, una o infinitas soluciones**, clasificándolos de la siguiente manera:

EJEMPLOS	CARACTERÍSTICAS	NOMBRE
$1) \begin{cases} y = 5 - x \\ -x + 2y = 4 \end{cases}$ 	- El sistema tiene solución. - Las rectas se cortan en..... - Las rectas tienen pendiente.	SISTEMA
$2) \begin{cases} 2x + y = 3 \\ 3y = 9 - 6x \end{cases}$ 	- El sistema tiene solución. - Las rectas se cortan en..... - Las rectas tienen pendiente y..... ordenada al origen.	SISTEMA
$3) \begin{cases} x - y = 1 \\ 2x - 2y = 8 \end{cases}$ 	- El sistema tiene solución. - Las rectas se cortan en, es decir son - Las rectas tienen pendiente y ordenada al origen.	SISTEMA

Actividades

1) Indica la solución de los siguientes sistemas y clasifícalos.



2) Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones, encuentra su conjunto solución y clasifícalos.

a)
$$\begin{cases} 3x - y = 2 \\ -6x + 2y = 14 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} \frac{1}{3}x + \frac{1}{2}y = 2 \\ \frac{1}{3}x - \frac{1}{4}y = -1 \end{cases}$$

c)
$$\begin{cases} 2x - \frac{1}{2}y = 4,5 \\ -\frac{4}{3}x = -3 - \frac{1}{3}y \end{cases}$$

d)
$$\begin{cases} x - y = 5 \\ 3x - 5y = 25 \end{cases}$$

◆ **MÉTODO ANÁLITICOS O ALGEBRAICO:**

Ahora veremos los métodos analíticos que vamos a utilizar para resolver sistemas de ecuaciones:

METODO DE IGUALACIÓN



Para comprender este método de resolución, resolvemos el siguiente problema.

En un concierto benéfico se venden todas las entradas y se recaudan 23000 dólares. Los precios de las entradas son 50 dólares las normales y 300 dólares las vip. ¿Cuántas entradas se vendieron de cada tipo si el aforo del establecimiento es de 160 personas.

- Planteamos el sistema de ecuaciones según las condiciones del problema.



Si llamamos "x" a la cantidad de entradas normales e "y" a la cantidad de entradas vip, entonces el sistema será:

$$\begin{cases} \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \end{cases}$$

- Ahora, a resolver, para ello sigue estos pasos.

1. Se despeja la misma incógnita en ambas ecuaciones.



2. Se igualan las expresiones obtenidas y se resuelve la ecuación lineal con una incógnita que resulta.

3. Se calcula el valor de la otra incógnita sustituyendo la ya hallada en una de las ecuaciones despejadas de primer paso.



Actividades

- 1) Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones y clasifícalos.

a) $\begin{cases} 3x - y = 2 \\ y - x = 6 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 3y = -1 + x \\ 4x - 12y = 4 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x = 3 - y \\ -3x + 2y = 4 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 4x + 6y = 3 \\ -2x - 3y = -0,5 \end{cases}$

- 2) Plantea y resuelve. Elabora la respuesta.

Se tienen \$2150 en treinta billetes de \$50 y \$ 100. ¿Cuántos billetes de cada valor habrá?



MÉTODO DE SUSTITUCIÓN



Para comprender este método de resolución, resolvemos el siguiente problema.



Entre caramelos de limón y de frutilla, José tiene 20 caramelos. Si tuviera la mitad de caramelos de limón y el doble de caramelos de frutilla, pasaría a tener 22 caramelos en total. ¿Cuántos caramelos de limón y cuántos de frutilla tiene José?

- Planteamos el sistema de ecuaciones según las condiciones del problema.

Si llamamos "x" ae "y" a
....., entonces el sistema será:

$$\begin{cases} \\ \end{cases}$$

- Ahora, a resolver, para ello sigue estos pasos.



1. Se despeja una de las incógnitas en cualquiera de las ecuaciones (la que sea más sencilla).

2. Se sustituye la expresión obtenida en la otra ecuación y se resuelve la ecuación de primer grado con una incógnita que resulta de esta sustitución.

3. Una vez calculada la primera incógnita, se reemplaza en la otra ecuación y se calcula.

Actividades

1) En una fiesta hay 132 personas. Si el doble de la cantidad de mujeres supera en 18 a la cantidad de hombre. ¿Cuántos hombres y mujeres hay?

2) Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones y clasifícalos.

$$a) \begin{cases} x + y = 3 \\ -3x + 2y = 4 \end{cases}$$

$$d) \begin{cases} 4x + 6y = 3 \\ -3y = 2x - 0,5 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} \frac{1}{2}x - 9 = y \\ 5x - y = 13 \end{cases}$$

$$d) \begin{cases} -x + 3y = -1 \\ 4x - 12y = 4 \end{cases}$$

Ejercicios de integración

1) Responde y explica tu respuesta.

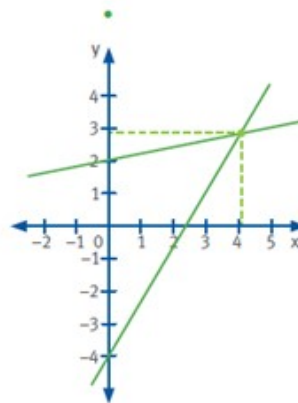
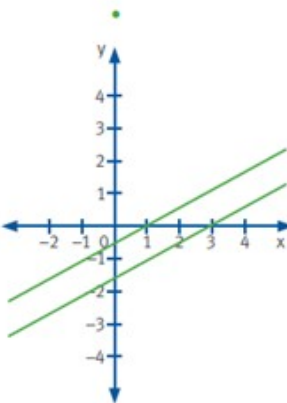
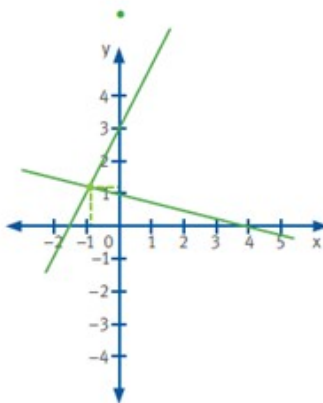
- a. La solución de un sistema es $Sol = \{(1;2)\}$ y gráficamente se obtuvieron dos rectas paralelas. ¿Puede ocurrir esta situación?
- b. En el método de igualación, ¿hay que despejar siempre la misma incógnita de las dos ecuaciones?
- c. En el sistema formado por $y = 2x + 3$, $y = x + 1$, ¿cuál método conviene aplicar?

2) Une con una flecha cada sistema con su gráfico correspondiente.

$$a) \begin{cases} 2x - 4y = 6 \\ 3x - 6y = 3 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} \frac{1}{5}x + 2 = y \\ \frac{3}{5}x - y = 4 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} 1 - \frac{1}{4}x = y \\ 3y - 6x = 9 \end{cases}$$





3) Resuelve cada uno de los sistemas del punto anterior aplicando algún método analítico.

4) Plantea y resuelve. Elabora la respuesta en cada caso.

a) En una granja se crían gallinas y conejos. Si se cuentan las cabezas, son 50, si se cuentan las patas, son 134. ¿Cuántos animales hay de cada clase?

b) Un hotel tiene habitaciones dobles y sencillas. Dispone en total de 50 habitaciones y 87 camas. ¿Cuántas habitaciones tiene de cada tipo?

c) Por la compra de 8 lápices y 12 lapiceras se pagaron \$7800. Si se hubiesen comprado 10 lápices y 15 lapiceras iguales, se habría pagado \$9750. ¿Cuánto cuesta cada lápiz y cada lapicera?

d) En el estacionamiento de un supermercado hay 145 vehículos, entre motos y autos. Si en total hay 400 ruedas, ¿cuántas motos hay?

e) DESAFÍO: Para promocionar sus ventas una compañía de teléfono ofrece dos planes. El plan A consiste en un pago mensual de \$1800 más \$1,50 por minuto de llamada, mientras que el plan B consiste en \$1800 mensuales más \$2,20 por minuto. Ambos planes incluyen internet ilimitado. ¿Qué plan me aconsejarías elegir? Justifica.



POLINOMIOS

Realiza las siguientes actividades aplicando lo que ya sabemos.

I) Bauti juega en sus ratos libres a formar trenes con palitos de fósforo, de esta manera:

Figura formada				
Largo del tren	1	2	3	4
Cantidad de fósforos	4	7		

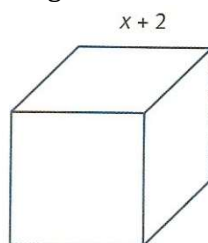
- Cuenta el número de fósforo que necesita para formar el tren de tres vagones y anótalo en la tabla.
- Bauti quiere formar un tren de 4 vagones. Dibújalo en la tabla y completa con la cantidad de fósforos que necesita.
- ¿Se puede saber, sin dibujar, la cantidad de fósforos que necesitaría para armar un tren con 5 vagones? Escriban sus conclusiones y comenten con sus compañeros.
- Escriban una expresión matemática que permita calcular la cantidad de fósforos que se requieren para cualquier largo de tren de fósforos.

II) Expresen de manera simbólica cada una de las siguientes consignas:

a) El doble de un número más el triple de 5	
b) La suma del cuadrado de un número más su triplo	
c) El doble del cuadrado de un número más su cubo	
d) La diferencia entre el cuadrado de un número y el doble del cubo de otro número	
e) El área de un terreno cuadrado de lado x	
f) El área de un terreno rectangular en el cual su largo mide 3m más su ancho	



III) Escribe la expresión del volumen del siguiente cubo



Responde: Si $x = 12\text{cm}$, ¿cuál es el volumen exacto del cubo?

**EXPRESIONES ALGEBRAICAS**

Son todas las expresiones simbólicas que la matemática utiliza como lenguaje.

Una expresión algebraica es una combinación cualquiera y finita de números, de letras o de números y letras, ligados entre sí con la suma, resta, multiplicación, división, potenciación y radicación. Por ejemplo:

$$\frac{x^5 - 4}{x^2}$$

$$3 + 2 \cdot 8$$

$$x - y$$

$$3x + 4^3$$

$$\sqrt{3x} + x^2$$

En una expresión algebraica a los números se los llama **coeficientes**, y a las letras, **variables** o **indeterminadas**.

$$3x^2 + 5x$$



El **valor numérico** de una expresión algebraica es el número que se obtiene al reemplazar la o las letras por números y resolver las operaciones indicadas en ellas.



✎ A partir de las siguientes figuras, analiza la siguiente afirmación:

El área del rectángulo de la figura I es igual a la suma de las áreas de los rectángulos de la figura II.

Fig. I

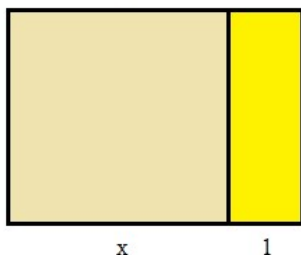
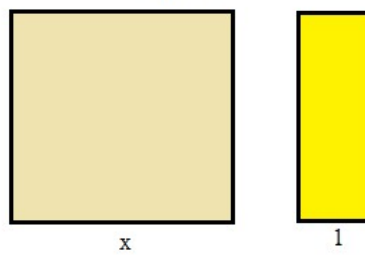


Fig. II



- ¿Por qué se puede afirmar que la frase es verdadera?
- Simboliza el área de la fig. I considerando que se trata de un único rectángulo.
- Simboliza el área total de la fig. II considerando que se trata de dos rectángulos distintos.
- Si afirmamos que las dos áreas son iguales, es posible igualar ambas expresiones. ¿Qué propiedad queda simbolizada al hacerlo?

**POLINOMIOS**

Estudiaremos sólo expresiones algebraicas con una sola variable (x).

Si la variable no está afectada por una raíz o como división, las expresiones algebraicas son enteras y se las denomina **polinomios**.



Señala cuáles de las siguientes expresiones algebraicas son polinomios.

a) $2x + 3^4$

c) $2x^3 + x^4 - 1$

e) $\frac{2x+1}{x^2}$



b) $5x^3 + 6x - \frac{1}{3}$

d) $\sqrt{2}x - \frac{2}{3}$

f) $x^3 + \sqrt{2}x$

◆ **Clasificación de un polinomio**



Ubica cada polinomio donde corresponda según la cantidad de términos que posee.

$2x^5$

$x^3 - 2x + 1$

$3x^2 + 5 - 3x - x^3$

$4x^2 + 3$

Monomio → un solo término Ejemplo:

Binomio → dos términos Ejemplo:

Trinomio → tres términos Ejemplo:

Cuatrinomio → cuatro términos Ejemplo:

◆ **Grado de un polinomio. Coeficiente principal. Término independiente**



Observa los ejemplos y analiza cómo podrías identificar las características del polinomio.

Polinomio	Grado	Coeficiente principal (C.P.)	Término independiente (T.I.)
$P(x) = 1 + 6x^2 - 2x^5$	5	-2	1
$Q(x) = x^2 + x^3 - 2x - 4$	3	1	-4
$R(x) = 5x^4 + 4x^3 - 2x$			
$M(x) = x^2 - x^3 - 2x + 12$			
$S(x) = 4x^3$			
$T(x) = 5$			



◆ Polinomio ordenado y completo

Un polinomio está **ordenado** si sus términos están ordenados en forma creciente o decreciente respecto de los exponentes de la variable. Y está **completo** si tiene todas las potencias decrecientes del grado. Por ejemplo:

$$R(x) = 6x^4 - 5x^3 + x^2 - 3x + 2 \quad \rightarrow \quad \text{Completo}$$

$$M(x) = x^4 - 2x^2 + 3 \quad \rightarrow \quad \text{Incompleto}$$



Para completar un polinomio se agregan los términos que faltan con coeficiente cero. Por ejemplo:

$$M(x) = x^4 + 0x^3 - 2x^2 + 0x + 3$$



Dados los siguientes polinomios, ordénalos y completa en caso de ser necesario.

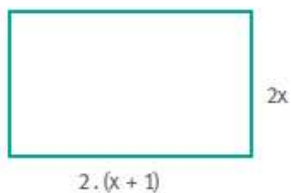
$P(x) = 3x^3 + \frac{1}{2}x^4 - 1$	
$Q(x) = x^3 + 3 - 2x^2$	
$R(x) = 7 + 2x^2 - x^5$	
$S(x) = x^2 - 2$	



Actividades

- 1) Encuentra la expresión algebraica (polinomio) que permita calcular el área y el perímetro de cada figura.

a. Rectángulo.



c. Cuadrado.



- 2) Completa el cuadro con las características de los polinomios de la actividad anterior.

Polinomio	Nombre	Grado	T.P.	T.I.	Ordenado y completo





Lee atentamente la siguiente situación, luego realiza lo que se pide.

- La ganancia de una compañía se determina restando los costos de los gastos de los ingresos obtenidos en las ventas.
- Los costos de los gastos se representan con la siguiente ecuación:

$$\text{Costos } C(X) = 2X^2 - 60X$$

- Los ingresos de las ventas se representan con la siguiente ecuación:

$$\text{Ingresos en ventas } R(x) = 8050 - 420x$$

- Determina el polinomio que representa la ganancia de la compañía.
- Si x representa el total de objetos que vendieron, calcula la ganancia obtenida por la compañía después de vender 100 objetos.



ADICIÓN Y SUSTRACCIÓN DE POLINOMIOS

La **suma** de varios monomios semejantes es otro monomio semejante al dado, cuyo coeficiente es la suma de los coeficientes de los monomios dados.

$$6x^3 + x^3 + 5x^3 = 12x^3$$

$$5x^4 + 2x^4 + \frac{1}{2}x^4 = \frac{15}{2}x^4$$

$$x + x + x + x = 4x$$

Para **restar** dos monomios, se suma al minuendo el opuesto del sustraendo.

$$P(x) = 4x^6 \wedge Q(x) = -2x^6 \Rightarrow P(x) - Q(x) = 4x^6 - (-2x^6) = 4x^6 + 2x^6 = 6x^6$$

Reducir un polinomio es sumar o restar sus términos semejantes.

$$2x^4 + 3x + x^4 - x = 3x^4 + 2x$$

$$-4x^3 + x^5 - \frac{2}{3}x^4 + 2x^4 + 6x^3 = x^5 + \frac{4}{3}x^4 + 2x^3$$



Por ejemplo, dados los polinomios $P(x) = x^3 - 2x + 1$ y $Q(x) = 3x^2 + 5 - 3x - x^3$ vamos a obtener:

a) $P(x) + Q(x)$

b) $P(x) - Q(x)$



Actividad



Dados los siguientes polinomios:

$$P(x) = 7x + 6x^2 - x^3;$$

$$Q(x) = 4 - x + x^3;$$

$$T(x) = 5 + x$$

Resuelve

a) $P(x) + Q(x) =$

b) $Q(x) - P(x) =$

c) $Q(x) + T(x) - P(x) =$

**MULTIPLICACIÓN DE POLINOMIOS**

Para multiplicar **dos monomios**, se deben multiplicar los coeficientes y las indeterminadas entre sí, aplicando la regla de los signos y las propiedades de la potenciación.

$$x^n \cdot x^m = x^{n+m}$$

$$5x \cdot 3x = 15x^2$$

$$7x^4 \cdot (-5x^4) = -35x^8$$

$$-6x^3 \cdot 3x = -18x^4$$

$$-5x^5 \cdot (-8x^7) = 40x^{12}$$

Para multiplicar **dos polinomios**, se aplica la propiedad distributiva, efectuando luego la multiplicación de monomios.



✎ Calculemos el producto entre $P(x) = x^2 - 4x + 3$ y $Q(x) = 5x^2 - x$

Actividades

1) Resuelve los siguientes productos de monomios:

a) $2x^2 \cdot (-6x) =$

b) $\left(-\frac{1}{2}x^2\right) \cdot (8x^3) =$

c) $\left(-\frac{4}{9}x^4\right) \cdot \left(-\frac{15}{8}x^5\right) =$

2) Resuelve los siguientes productos de polinomios:

a) $(-2x) \cdot \left(-\frac{1}{3}x^3 + 5x^2\right) =$

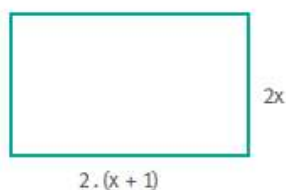
b) $(6x^3 - 3x^2 + 12x) \cdot (-x^2) =$

c) $\left(-\frac{4}{3}x^2 + \frac{12}{5}x - 6\right) \cdot \left(\frac{3}{4}x^4\right) =$



3) Calcula el área y el perímetro de cada figura y escríbelo en su mínima expresión.

a. Rectángulo.



c. Cuadrado.



**DIVISIÓN DE POLINOMIOS**

Para **dividir dos monomios**, se deben dividir los coeficientes y las indeterminadas entre sí, aplicando la regla de los signos y las propiedades de la potenciación.

$$x^m : x^n = x^{m-n}$$

$$(10x^3) : (5x) = (10 : 5)(x^3 : x) = 2x^2$$

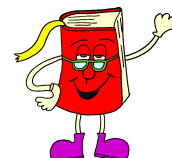
$$(-10x^8) : (3x^5) = (-10 : 3)(x^8 : x^5) = -\frac{10}{3}x^3$$

Calculemos los cocientes que siguen.

a) $(-10x^4) : (5x) = \dots\dots\dots$

b) $\left(\frac{1}{4}x^5\right) : \left(-\frac{3}{2}x^3\right) = \dots\dots\dots$

c) $(-12x^7) : (-4x^2) = \dots\dots\dots$



Solo trabajaremos la división de un polinomio por un binomio de la forma $x \pm a$ de la siguiente manera...

REGLA DE RUFFINI Y TEOREMA DEL RESTO

La **regla de Ruffini** es un método práctico que se utiliza para dividir un polinomio $P(x)$ por otro cuya forma sea $x + a$.

Por ejemplo:

Dados $P(x) = 2x^3 + 3x - 1$ y $Q(x) = x + 2$ hallar $P(x) : Q(x)$, aplicando la regla de Ruffini.

El polinomio **dividendo** debe estar **completo y ordenado**.

Se escriben alineados los coeficientes del dividendo.

El coeficiente principal se "baja" sin ser modificado; luego se lo multiplica por el opuesto del término independiente del divisor y se suma con el segundo coeficiente; así sucesivamente hasta llegar al resto.

Los números que se obtienen son los coeficientes del cociente y el último valor es el resto.

El polinomio **cociente** es un **grado menor** que el polinomio **dividendo**.

Dividendo	Divisor
$2x^3 + 0x^2 + 3x - 1$	$x + 2$
$ \begin{array}{r rrrr} & 2 & 0 & 3 & -1 \\ -2 & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ & 2 & -4 & 8 & -22 \end{array} $	Cálculos auxiliares $(-2) \cdot 2 = -4$ $(-2) \cdot (-4) = 8$ $(-2) \cdot 11 = -22$
$ \begin{array}{r rrrr} & 2 & -4 & 11 & -23 \end{array} $	
$C(x) = 2x^2 - 4x + 11$ Cociente	$R(x) = -23$ Resto



Apliquemos la regla de Ruffini para dividir los siguientes polinomios.

a) $(3x^3 - 2 - 2x^2):(x-1)=$

b) $(-x^5 - 15x^2 + 12x^3 - 16):(x+4)=$

**Teorema del resto**

El resto de la división de un polinomio por otro de la forma $x + a$ es el valor que resulta de reemplazar la variable del dividendo por el valor opuesto al término independiente del divisor.

Verifiquemos el resto de las divisiones anteriores.

Actividades

1) Calcula el cociente y el resto de las siguientes divisiones:

a) $(5x^2 - 3x + 4):(x - 3) =$

d) $(2x^3 + 3x - 1):(x - 2) =$

b) $(3x^3 - 2x^2 - 2):(x + 1) =$

e) $(-x^5 + 12x^3 - 15x^2 - 16):(x + 4) =$

c) $(-24x - x^4 + 5):(x + 3) =$

2) ¿Cuál de las siguientes divisiones son exactas? ¿Por qué?

a) $(x^5 + 32):(x + 2) = \square$

b) $(4x^2 + 5x - x):(x + 2) = \square$

c) $(16 - x^4):(x + 2) = \square$



¿Es cierta la igualdad $(a - b)^2 = a^2 - b^2$?

**PRODUCTOS ESPECIALES DE BINOMIOS****Producto de una suma por su diferencia**

Resolvamos los siguientes productos y analicemos los resultados.

a) $(x+1) \cdot (x-1) = \dots\dots\dots$

b) $(x-3) \cdot (x+3) = \dots\dots\dots$

c) $(2x+3) \cdot (2x-3) = \dots\dots\dots$

d) $(5-x) \cdot (5+x) = \dots\dots\dots$

Podemos observar que al multiplicar una suma por su diferencia, en todos los casos se obtiene.....

Generalizando,

$$(x - a) \cdot (x + a) = x^2 - a^2$$

Resuelve:

$$\left(\frac{1}{2}x + 3\right) \cdot \left(\frac{1}{2}x - 3\right) = \dots\dots\dots$$

Cuadrado de un binomio

Resolvamos las siguientes potencias y analicemos los resultados.

a) $(x+1)^2 = (x+1) \cdot (x+1) = \dots\dots\dots$

b) $(x-3)^2 = (x-3) \cdot (x-3) = \dots\dots\dots$

c) $(2x+3)^2 = \dots\dots\dots$

d) $(5-x)^2 = \dots\dots\dots$

Podemos observar que elevar un binomio al cuadrado, o al multiplicarlo por sí mismo dos veces, en todos los casos se obtiene.....

Generalizando,

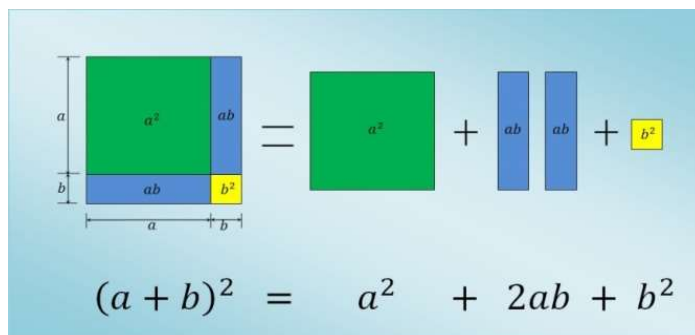
$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

Cuadrado de un binomio
Trinomio cuadrado perfecto





Geométricamente podemos ver que:



Resuelve:

$$\left(\frac{1}{2}x + 3\right)^2 = \dots\dots\dots$$

Cubo de un binomio

Resolvamos las siguientes potencias y analicemos los resultados.

a) $(x+1)^3 = (x+1) \cdot (x+1) \cdot (x+1) = \dots\dots\dots$

.....

b) $(x-3)^3 = (x-3) \cdot (x-3) \cdot (x-3) = \dots\dots\dots$

.....

c) $(2x+3)^3 = \dots\dots\dots$

.....

Podemos observar que elevar un binomio al cubo, o al multiplicarlo por sí mismo tres veces, en todos los casos se obtiene.....

Generalizando,

$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$	
$\underbrace{a^3}_{\text{Cubo de un binomio}}$	$\underbrace{3a^2b + 3ab^2 + b^3}_{\text{Cuadrinomio cubo perfecto}}$

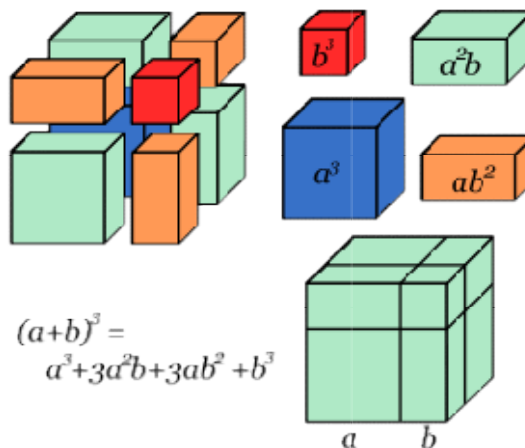
Resuelve:

$$\left(\frac{1}{2}x + 3\right)^3 = \dots\dots\dots$$





Geométricamente podemos ver
que:

Actividades

1) Desarrolla los siguientes productos:

a) $(x + 5)^2$

d) $\left(-\frac{1}{3}x - 3\right)^2 =$

b) $\left(x^4 - \frac{1}{2}x^3\right)^2 =$

e) $(4 + x)^3 =$

c) $(x^5 - 1)^3 =$

f) $(x - 2x^2)^3 =$

2) Escribe V (verdadero) o F (falso), según corresponda. Justifica si es F.

a)..... $(x + 2)^2 = x^2 + 4$

d)..... $(3x + 1) \cdot (3x - 1) = 9x^2 + 6x + 1$

b)..... $(2x + x^2)^2 = 4x^2 + 4x^3 + x^4$

e)..... $(x + 1)^3 = x^3 + 3x^2 + 3x + 1$

c)..... $(x + 5) \cdot (x - 5) = x^2 - 25$

f)..... $(2x - 3)^2 = 4x^2 + 12x + 9$





FACTORIZACIÓN DE POLINOMIOS

Trabajamos con lo que ya sabemos.

1) ¿Cuál es el factor común entre 16 y 20?.....

2) Expresa los siguientes números como producto de factores primos.

a) $18 = \dots\dots\dots$

b) $75 = \dots\dots\dots$

c) $600 = \dots\dots\dots$

3) ¿Cuál es la opción correcta en cada caso? Justifica tu elección.

a) $(2x + 8)^2 =$

☐ $4x^2 - 64$

☐ $4x^2 + 32x + 64$

b) $(2x^3 + x - 3) \cdot 2x =$

☐ $4x^4 + 2x^2 - 6x$

☐ $4x^3 + 2x - 6$

c) $(x + 9)(x - 9) =$

☐ $x^2 + 81$

☐ $x^2 - 81$



Nota: Existen más casos de factoreo pero solo trabajaremos los mencionados en el esquema.



Según las características particulares que presentan los polinomios se pueden aplicar distintos casos de factorización.

**Factor Común** (conocido como 1° Caso)

Para factorizar un polinomio a través del factor común, se debe recordar la propiedad distributiva de la multiplicación respecto de la suma o resta.

$$a \cdot (b \pm c) = a \cdot b + a \cdot c \quad \text{"el factor } a \text{ se repite en ambos términos"}$$

Para extraer factor común, se debe proceder de manera inversa:

$$a \cdot b \pm a \cdot c = a \cdot (b \pm c)$$

Primero se debe reconocer cuál es el factor que se encuentra repetido en cada término y luego, para encontrar el valor que va entre paréntesis, se divide cada término por el factor común.

El factor común puede ser la variable del polinomio, elevada a la menor potencia, y/o el DCM de todos los coeficientes del mismo.

Ejemplo 1: $7x^5 + x^3 = \dots\dots\dots$

Ejemplo 2: $24x^2 - 36x + 48 = \dots\dots\dots$



Observa que...

Si se aplica la propiedad distributiva obtenemos la primera expresión.

**Actividad**

Extrae factor común cuando sea posible.

a) $2x^4 + 5x^3 - 3x^5 =$

d) $15x^2 - 36x + 16 =$

b) $3x^3 + 9x + 15x^2$

e) $3x^6 + 18$

c) $\frac{3}{4}x^7 - 3x^4 + \frac{3}{8}x^5$

f) $\frac{2}{3}x^4 + \frac{4}{15}x^3 - \frac{8}{9}x^5$

**Trinomio Cuadrado Perfecto** (conocido como 3° Caso)

Haremos lo inverso al desarrollo del cuadrado de un binomio.

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

Cuadrado de un Binomio

Trinomio Cuadrado

- 1º paso: Hallar las bases de los cuadrados perfectos calculando la raíz cuadrada.
- 2º paso: Verificar que el término restante sea igual al doble producto las bases ($2ab$).
- 3º paso: factorizar el polinomio elevando al cuadrado la suma ó la resta de las bases según corresponda.

Ejemplo 1: $x^2 + 6x + 9 = \dots\dots\dots$

Ejemplo 2: $25x^6 + 20x + 4 = \dots\dots\dots$

Ejemplo 3: $x^2 - 8x + 16 = \dots\dots\dots$

**Actividad**

Expresa cada trinomio cuadrado perfecto como el cuadrado de un binomio, siempre que sea posible.

a) $4x^2 - 4x + 1 =$

c) $x^2 + 3x + \frac{9}{4} =$

b) $x^6 + 4x^3 + 4 =$

d) $9x^2 + 6x - 1 =$

c) $x^6 + x^3 + 0,25 =$

e) $x^2 + 2x + 1 =$

**Diferencia de Cuadrados** (conocido como 5° Caso)

Toda diferencia (resta) entre cuadrados perfecto es igual a la multiplicación entre la suma y la resta de las bases.

$$a^2 - b^2 = (a + b) \cdot (a - b)$$

Para ello, buscamos las bases calculando la raíz cuadrada de cada término.



Ejemplo 1: $4x^2 - 100 = \dots\dots\dots$

Ejemplo 2: $x^4 - \frac{9}{25} = \dots\dots\dots$

Actividad

Resuelve aplicando diferencia de cuadrados siempre que sea posible.

a) $x^2 - 4 =$

$x^4 - 9 =$

b) $64x^2 - 81 =$

$x^2 - \frac{49}{121} =$

c) $x^2 + 64 =$

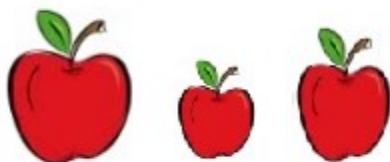
$-x^2 + 1 =$



CONJUNTOS NUMÉRICOS

Antiguamente se creía que todos los números eran naturales o racionales. Sin embargo, había problemas que no podían ser resueltos con los conjuntos conocidos y se vio la necesidad de ampliarlos.

¿Cuántas manzanas hay?



Si quiero ordenarlas según su tamaño, de menor a mayor, cómo quedarían ubicadas?

2) El reinado del emperador Augusto comenzó en el 27 aC y terminó en el 14 dC.

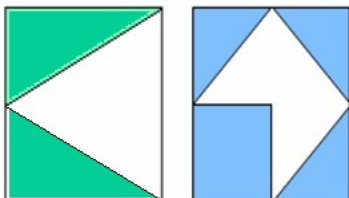
¿Cuántos años duró su reinado?



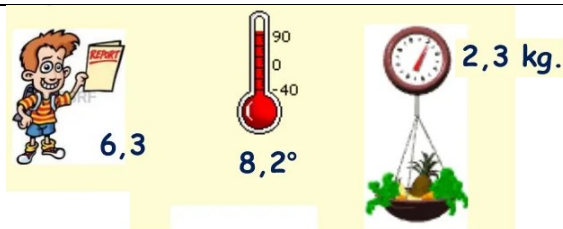
➤ El conjunto de los **números naturales** $N = \{ \dots \}$

➤ El conjunto de los **números enteros** $Z = \{ \dots \}$

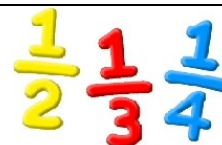
Los siguientes rectángulos representan los terrenos de dos hermanos, respectivamente. Cada uno tiene coloreado la parte de terreno plantada con olivos. ¿Cuál de los hermanos tiene más olivos? Además, cada terreno tiene 5000 m². ¿Cuántos m² plantados con olivos posee cada hermano?



➤ El conjunto de los **números racionales** (Q) está formado por todos aquellos números que se pueden escribir como fracción. Entre ellos tenemos a los **decimales exactos** y los **periódicos**.



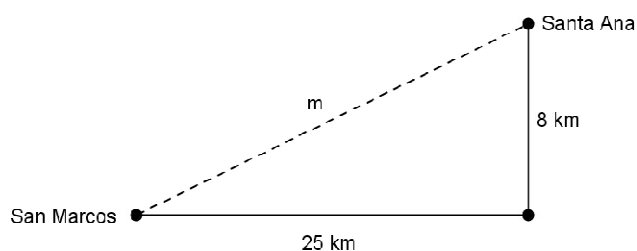
Escribe en forma fraccionaria cada número decimal.



¿Cuál la expresión decimal de cada número?



"En un departamento se están construyendo caminos que unirán dos localidades. Indica qué longitud tendrá uno de los caminos, de acuerdo a los datos del dibujo".



➤ Los **números irracionales I** son aquellos que.....

Hay infinitos números irracionales. Por ejemplo:

- ✓ Toda raíz no exacta de un número entero: $\sqrt{2}$, $\sqrt[3]{4}$
- ✓ Todo número de infinitas cifras decimales con alguna regla de formación: 1,1223334444...; -2,0102030405...
- ✓ Hay números irracionales "famosos" como: π , e y ϕ a los cuales nos referiremos luego.

Conjunto de los números reales R



IR

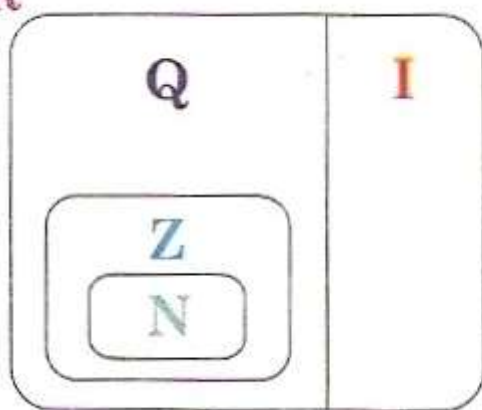


Diagrama de inclusión

✎ Ubica los siguientes números en el diagrama de inclusión, según el conjunto al que pertenezca:

$$1,56; -1,222...; 8; \sqrt{25}; -0,6; \sqrt[3]{27}; 0; -\sqrt[4]{16}; \frac{7}{9}; \sqrt{7}; \pi$$

**Números irracionales famosos** π

El número π es un irracional famoso. Se han calculado más de un millón de cifras decimales y sigue sin repetirse. Relaciona la longitud de la circunferencia con su diámetro (Long. = $2 \cdot \pi \cdot r = \pi \cdot d$)

Los primeros son estos: 3,1415926535897932384626433832795...



Dibuja una circunferencia. Mide su longitud y su diámetro y, a continuación, calcula el

cociente $\frac{\text{longitud}}{\text{diámetro}}$ ¿Qué observas?

 ϕ

La razón de oro es un número irracional utilizado por artistas de todas las épocas (Fidias, Leonardo da Vinci, Alberto Durero, Dalí,...) en las proporciones de sus obras. Aparece en la naturaleza y desde la época griega hasta nuestros días en el arte y el diseño. Es el llamado número de oro o también sección áurea, proporción áurea o razón áurea.

$$\Phi = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} = 1.618033988749...$$



Busca la tarjeta de tu abono o, si dispones, una tarjeta de crédito o un carnet. Mide el largo y el ancho y luego calcula el cociente $\frac{\text{largo}}{\text{ancho}}$. ¿Qué observas?

Representación gráfica de números irracionales

Calcula cuánto mide la diagonal de un cuadrado de 1cm de lado



Para representar números irracionales en la recta numérica se debe recurrir a los triángulos rectángulos.

✓ Representación de $\sqrt{2}$; $\sqrt{3}$; $\sqrt{5}$

Actividades

1) Marca con una X el conjunto numérico al cual pertenece cada número dado.

Número	N	Z	Q	I	R
3ϕ					
4,342525555...					
2,723476809...					
0,5					
$-\sqrt{\frac{25}{4}}$					

Número	N	Z	Q	I	R
$\sqrt[3]{\frac{27}{64}}$					
$\sqrt{3} + 8$					
$\sqrt{15}$					
$2\sqrt{5} - 3,4 - 2\sqrt{5}$					
$(1 + \sqrt{3})^0$					

2) Piensa, plantea y resuelve cada situación.



EXCURSIÓN
"PASEO GLACIARES"

\$1800 por persona
15% de descuento
por pago en efectivo

A) Una pareja de turistas quiere realizar la excursión a los glaciares y revisan cuánto dinero tienen disponible.

- Si el gasto en almuerzo es igual al 80% de lo que cuesta la excursión por persona (sin el descuento), más una propina del 10%, ¿cuánto abonaron?
- ¿Podrán hacer la excursión con el dinero que les quedó si antes de pagar el almuerzo tenían \$5400?

B) Isabella y Bautista tuvieron evaluación de Matemática. Una de las actividades era resolver el cálculo $\frac{3}{5} + \frac{5}{2} \cdot \frac{1}{5} + \sqrt[3]{\frac{1}{8}}$. Cuando terminaron, comentaron los resultados. En el cálculo, Bautista obtuvo como resultado $\frac{28}{25}$, pero Isabella $\frac{8}{5}$. ¿Cuál de los dos chicos lo resolvió correctamente? Justifica.

C) ¿Cuánto mide el perímetro de un triángulo isósceles cuya base mide 7cm y la altura correspondiente a la base, 3cm?



Potenciación en IR

Exponente: Indica cuántas veces se multiplica la base por sí misma

Potencia: Resultado de la potenciación

Base: Indica el número o factor que se debe multiplicar

$$2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$$

Propiedad	Simbólicamente	Ejemplos
Potencia de exponente cero	$a^0 = 1 \Leftrightarrow a \neq 0$	$13^0 =$
Potencia de otra potencia	$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$	$(2^3)^2 =$
Producto de potencias de igual base	$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$	$(-3)^2 \cdot (-3)^3 =$
Cociente de potencias de igual base	$a^m : a^n = \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$	$5^4 : 5^3 =$
Distributiva respecto de la multiplicación	$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$	$(4 \cdot 3)^2 =$
Distributiva respecto de la división	$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$	$\left(\frac{1}{2}\right)^3 =$
Potencia de exponente negativo	$a^{-n} = \left(\frac{1}{a}\right)^n \Leftrightarrow a \neq 0$	$3^{-2} = \left(\frac{1}{3}\right)^2 =$



¿La potenciación es distributiva con respecto a la suma y a la resta?.....

Por ejemplo, $(12 + 1)^2 =$

Actividades

1) Resuelve aplicando propiedades, cuando sea posible.

a. $\left(\frac{2}{3}\right)^2 : \frac{2}{3} =$

c. $\left[\left(\frac{3}{2}\right)^2\right]^{-1} =$

b. $\left(\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}\right)^2 =$

d. $\left(\frac{3}{2} + \frac{1}{3}\right)^2 =$



2) Utiliza propiedades para escribir la expresión más sencilla posible.

a. $a^2 \cdot a^{12} =$

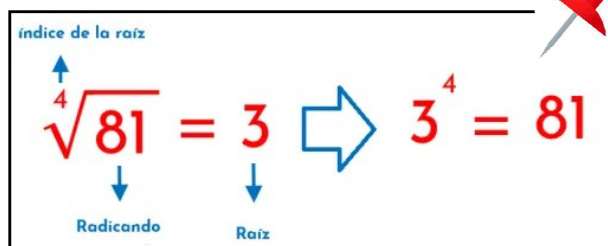
c. $a^0 \cdot a^3 : a^0 =$

b. $a^3 : a^5 \cdot a =$

d. $(a^4)^{\frac{1}{4}} =$



Radicación en IR



$\sqrt{64} = \dots$, porque.....

$\sqrt[3]{-27} = \dots$, porque.....

Propiedad	Simbólicamente	Ejemplos
Raíz de raíz	$\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[n \cdot m]{a}$	$\sqrt[3]{\sqrt{64}} =$
Distributiva respecto de la multiplicación	$\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$	$\sqrt{25 \cdot 16} =$
Distributiva respecto de la división	$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$	$\sqrt[3]{\frac{27}{8}} =$
Simplificación de índices	$\sqrt[n]{a^m} = \sqrt[n \cdot r]{a^{m \cdot r}} \Leftrightarrow r \neq 0$	$\sqrt[6]{125^2} =$
Eliminación del radical	$\sqrt[n]{a^n} = a \Leftrightarrow n \text{ es impar}$ $\sqrt[n]{a^n} = a \Leftrightarrow n \text{ es par}$	$\sqrt[5]{3^5} =$ $\sqrt{-5^2} =$
Amplificación de índices	$\sqrt[n]{a^n} = \sqrt[n \cdot p]{a^{n \cdot p}} \Leftrightarrow p \neq 0$	$\sqrt{2^3} =$



¿La radicación es distributiva con respecto a la suma y a la resta?

Por ejemplo: $\sqrt{3+6} =$



La radicación también se puede escribir como exponente fraccionario.

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$$

$$\sqrt{2^5} = 2^{\frac{5}{2}}$$

$$\sqrt[3]{(-3)^2} = (-3)^{\frac{2}{3}}$$

$$\sqrt{2^3} = 2^{\frac{3}{2}}$$

$$\sqrt[3]{2} = 2^{\frac{1}{3}}$$

Actividad

1) Resuelve aplicando propiedades, cuando sea posible.

a. $\sqrt{\frac{4}{25} \cdot \frac{9}{36}} =$

c. $\sqrt{\frac{121}{4} : \frac{36}{9}} =$

e. $\sqrt[4]{\frac{3}{16} \cdot \frac{3^3}{4^2}} =$

b. $\sqrt[4]{\left(\frac{9}{4}\right)^2} =$

d. $\sqrt{\frac{9}{16}} + 1 =$

f. $\sqrt[6]{\left(\frac{5}{2} \cdot \frac{25}{4}\right)^2} =$



2) Responde y explica tu respuesta.

a. ¿Es lo mismo $\left(\frac{3}{5}\right)^2$ y $\frac{3^2}{5}$?

b. Si un número racional negativo está elevado a un número negativo, ¿el resultado es un número negativo?

c. ¿Es cierto que $\sqrt[4]{\left(-\frac{1}{4}\right)^6} = \sqrt{\left(-\frac{1}{4}\right)^3}$?

OPERACIONES CON RADICALES

 Si los catetos de un triángulo rectángulo miden 1cm y 4cm, la medida de la hipotenusa ¿es un número racional o irracional? Explica tu respuesta.



**Extracción de factores de un radical**

$$\sqrt[3]{32x^3} = 2x \sqrt[3]{4}$$



Puede realizarse cuando los exponentes de los factores del radicando sean mayores o iguales que el índice de la raíz.

✍ Se deben seguir los siguientes pasos:

a) $\sqrt[3]{32} =$

.....

b) $\sqrt{27m^2n} =$

.....

**Actividad**

Extrae factores, siempre que sea posible

a) $\sqrt{200} =$

d) $\sqrt[3]{27x^5} =$

b) $\sqrt{50} =$

e) $\sqrt[3]{44x^4y} =$

c) $\sqrt[3]{81} =$

f) $\sqrt[4]{32m^4n^5} =$



Radicales semejantes: Son los radicales que tienen el mismo índice y el mismo radicando.

Por ejemplo:

$2\sqrt[3]{7}$ y $\sqrt[3]{7}$ son términos con radicales semejantes.

$\sqrt{6}$ y $5\sqrt{3}$ no son términos semejantes.



Recuerda:
solo se pueden sumar y restar términos con radicales semejantes.

Suma y Resta

✓ Si los radicales tienen igual índice:

✍ Ejemplos:

a) $2\sqrt{3} + 5\sqrt{3} =$

b) $5\sqrt{3} - 2\sqrt{5} + 3\sqrt{3} + 7\sqrt{5} =$





✓ **Si los radicales tienen distinto índice:**

Ejemplos:

a) $3\sqrt{2} - 5\sqrt{32} + 7\sqrt{8} - 9\sqrt{50} =$

b) $4\sqrt{3} - 6\sqrt[4]{25} - 8\sqrt{27} + \sqrt{20} =$



Actividad

Resuelve las siguientes sumas y restas

a) $\sqrt{5} + \frac{1}{4}\sqrt{3} - \frac{1}{2}\sqrt{5} =$

d) $\sqrt{x^5} + x\sqrt{x^3} + \sqrt{\sqrt{x^{10}}} =$

b) $\sqrt{12} - \frac{1}{2}\sqrt{108} =$

e) $\sqrt[4]{9y^8} + \sqrt[6]{27y^{12}} =$

c) $\sqrt{9x} - \sqrt{25x} + \sqrt{49x} =$

f) $5\sqrt[3]{128a} + 3\sqrt[6]{4a^2} - 4\sqrt[3]{16a} =$

Multiplicación y división

✓ **Si los radicales tienen igual índice:** se resuelve aplicando las propiedades recíprocas de las distributivas de la radicación con respecto a la multiplicación y división (siempre que sea posible, se factoriza y se extraen factores fuera del radical).



Ejemplos: a) $\sqrt[3]{9} \cdot \sqrt[3]{3} =$

b) $\frac{\sqrt{32}}{\sqrt{2}} =$

c) $\sqrt{3} \cdot (\sqrt{3} + \sqrt{27}) =$

✓ **Si los radicales tienen distinto índice:** se buscan radicales equivalentes, de modo tal que todos tengan el mismo índice.

Pasos a seguir:

- 1) Se busca el m.c.m. entre los índices dados, llamado **m.c.i.** (mínimo común índice).
- 2) Se hallan los radicales equivalentes a los dados teniendo como índice al m.c.i.
- 3) Se multiplican o dividen los radicales obtenidos.

Ejemplos: a) $\sqrt[6]{2} \cdot \sqrt[4]{3} =$

b) $\sqrt[3]{a^2} \cdot \sqrt[4]{a^3} =$

d) $\frac{\sqrt[4]{m^3}}{\sqrt[5]{m^2}} =$

Actividades

1) Resuelve

a) $5\sqrt{3} \cdot 4\sqrt{6} =$

f) $\frac{\sqrt[4]{8}}{\sqrt[6]{32}} =$

b) $\sqrt{2} \cdot (\sqrt{12} - \sqrt{18}) =$

g) $(5 + \sqrt{7}) \cdot (5 - \sqrt{7}) =$

c) $(\sqrt{125} + \sqrt{20}) : \sqrt{5} =$

h) $\sqrt{5x} \cdot \sqrt[3]{5x^2} =$

d) $\sqrt[5]{3x^3} \cdot \sqrt{3x} =$

i) $(\sqrt{2} + \sqrt{3})^2 =$

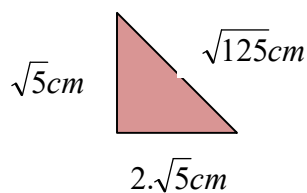
e) $(3 + \sqrt{5})^2 =$

j) $(\sqrt{8} + \sqrt{3})(\sqrt{8} - \sqrt{3}) =$

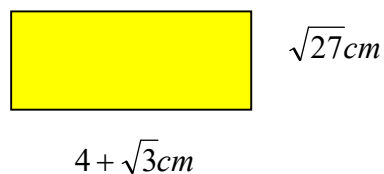


2) Halla el perímetro y área de las siguientes figuras

a)



b)



c)



**Racionalización de denominadores**

Racionalizar el denominador de una fracción es transformarlo en un número racional; por lo tanto, siempre que en el mismo aparezcan radicales irracionales, se debe hallar una fracción equivalente a la dada con denominador racional.



Ejemplos:

a) $\frac{10}{\sqrt[3]{2}} = \dots\dots\dots$

b) $\frac{2}{\sqrt[4]{x^3}} = \dots\dots\dots$

c) $\frac{4}{\sqrt[9]{256 y^8}} = \dots\dots\dots$

✓ Segundo Caso: Hay una suma o resta de un número racional y un radical de índice dos en el denominador, o de dos radicales de índice dos.

Ejemplos:

a) $\frac{4}{\sqrt{5}-3} = \dots\dots\dots$

b) $\frac{\sqrt{2}-1}{4-\sqrt{6}} = \dots\dots\dots$

c) $\frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}} = \dots\dots\dots$

Actividades

1) Une cada expresión con su racionalización. Justifica.

Primer caso:

a. $\frac{3}{\sqrt[6]{4^5}} =$

b. $\frac{3}{\sqrt{2^3}} =$

c. $\frac{3}{\sqrt[3]{4}} =$

• $\frac{3}{2} \cdot \sqrt[3]{2}$

• $\frac{3}{4} \cdot \sqrt[3]{2}$

• $\frac{3}{4} \cdot \sqrt{2}$

Segundo caso:

a. $\frac{\sqrt{5} + 5}{\sqrt{5} + 2} =$

b. $\frac{\sqrt{5} - 5}{\sqrt{5} + 2} =$

c. $\frac{\sqrt{5} + 5}{\sqrt{5} - 2} =$

d. $\frac{\sqrt{5} - 5}{\sqrt{5} - 2} =$

• $15 - 7 \cdot \sqrt{5}$

• $-5 - 3 \cdot \sqrt{5}$

• $3 \cdot \sqrt{5} - 5$

• $15 + 7 \cdot \sqrt{5}$

2) Racionaliza los denominadores aplicando el caso más conveniente.

a) $\frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} =$

d) $\frac{7}{5 - \sqrt{3}} =$

b) $\frac{5}{\sqrt{3}} =$

e) $\frac{3}{\sqrt{11} - \sqrt{7}} =$

c) $\frac{9}{\sqrt[3]{2}} =$

f) $\frac{-3}{\sqrt{2} + 1} =$